|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ КРАСНОДАРСКОГО КРАЯГосударственное бюджетное образовательное учреждениедополнительного образования детей«ЦЕНТР ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ ДЛЯ ДЕТЕЙ»350000 г. Краснодар,ул. Красная, 76тел. 259-84-01E-mail: cdodd@mail.ru |  | **Всероссийская олимпиада школьников** **по математике****2014-2015 учебный год****Муниципальный этап****9 класс, ответы****Председатель предметно-методической комиссии: Бирюк А.Э., д.ф.-м.н., доцент** |

**ОТВЕТ к задаче № 1**

Существует ли натуральное число, десятичная запись которого состоит только из цифр «2», и которое делится на 2014? Обоснуйте свой ответ.

**Решение. Ответ.** Да, существует. Рассмотрим последовательность 1,11,111,1111,… в этой последовательности найдется два числа дающие одинаковые остатки при делении на 1007. Тогда их разность делится на 1007. Поскольку 1007 взаимно просто с 10, то у найденного числа можно «отрезать» нули сохранив свойство делимости на 1007. Получили число из одних «единиц», делящееся на 1007. Умножив его на 2, получим число из одних «двоек» , делящееся на 2014.

**Замечание.** Дословно аналогичное рассуждение с последовательностью 2,22,222,… является не верным и должно оцениваться в три балла. Однако, если замечено, что число вида 2…20…0 делится на 2014, следовательно число 2…2 делится на 1007 и является чётным, то это — полное решение.

**ОТВЕТ к задаче № 2**

Сумма коэффициентов многочлена *P*(*x*) равна 2000, а сумма коэффициентов многочлена *Q*(*x*) равна 14. Найдите сумму коэффициентов многочлена *P*(*x*)·*Q*(*x*). Обоснуйте свой ответ.

 **Решение.** Сумма коэффициентов многочлена равна его значению в единице. Таким образом, по условию, $P\left(1\right)=2000$, $Q\left(1\right)=14$. Следовательно, $P\left(1\right)⋅Q\left(1\right)=28000.$

**Ответ:** 28000.

**ОТВЕТ к задаче № 3**

В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA1 и СC1. Точки A2 и C2 — основания перпендикуляров, опущенных на прямую A1C1 из точек А и С соответственно. Докажите, что A1C2 = A2C1.

**Решение. Ответ.** Точки ACA1C1 лежат на одной окружности с диаметром AC. Пусть O — центр этой окружности. Опустим перпендикуляр OO1 на прямую A1C1. Тогда точка O1 является серединой хорды A1C1 . С другой стороны, OO1 является средней линией в трапеции ACC2A2, следовательно, точка O1 является серединой отрезка А2С2 . Таким образом, центральная симметрия относительно точки O1 переводит точку A1 в точку C1, а точку C2 в точку A2, и, следовательно, отрезок A1C2 в отрезок С1А2. Поэтому A1C2 = С1А2.

**ОТВЕТ к задаче № 4**

Пешеход треть всего пути бежал со скоростью км/ч, треть всего времени шел со скоростью км/ч, а оставшуюся часть пути шел со скоростью, равной средней скорости на всем пути. Чему равна средняя скорость пешехода? Обоснуйте свой ответ.

**Решение.** Обозначим, через ($S\_{1},v\_{1},t\_{1}$); ($S\_{2},v\_{2},t\_{2}$) и ($S\_{3},v\_{3},t\_{3}$) соответственно длину, скорость и время прохождения соответственно первого, второго и третьего участка пути. Кроме этого, пусть $S=S\_{1}+S\_{2}+S\_{3}$ обозначает полный путь, а $t=t\_{1}+t\_{2}+t\_{3}$ обозначает полное время в пути. По условию

$$S\_{1}=\frac{S}{3} , t\_{2}=\frac{t}{3} , v\_{3}=\frac{S}{t}=\frac{S\_{3}}{t\_{3}} .$$

Из последнего равенства следует, что

$$v\_{3}=\frac{S-S\_{3}}{t-t\_{3}} или v\_{3}=\frac{S\_{1}+S\_{2}}{t\_{1}+t\_{2}}=\frac{S\_{1}+t\_{2}v\_{2}}{S\_{1}/v\_{1} +t\_{2}} .$$

Получаем:

$$v\_{3}=\frac{\frac{S}{3}+\frac{tv\_{2}}{3}}{\frac{S}{3v\_{1}}+\frac{t}{3}}=\frac{S+tv\_{2}}{\frac{S}{v\_{1}}+t} .$$

Поделив числитель и знаменатель правой части на *t* получаем:

$$v\_{3}=\frac{v\_{3}+v\_{2}}{\frac{v\_{3}}{v\_{1}}+1 } или v\_{3}=\sqrt{v\_{1}v\_{2}} .$$

**Ответ.** $\sqrt{\frac{25}{2}⋅\frac{9}{2} }=\frac{15}{2}=7,5$.

**ОТВЕТ к задаче № 5**

В университете города N работает 50 математиков, которые активно участвуют в научных конференциях. Все вместе они ни разу не участвовали ни в одной конференции, но любые два из них участвовали вместе ровно в одной из конференций. Докажите, что один из математиков города N был не менее чем на восьми конференциях. Обоснуйте свой ответ.

**Решение. Ответ.** Допустим противное, т.е. каждый математик участвовал не более чем в 7 конференциях. Выберем математика А. Он участвовал не более чем в 7 конференциях, причем каждый из оставшихся математиков присутствовал ровно на одной из этих конференций. Всего математиков (без А) 49, поэтому хотя бы в одной из конференций (обозначим ее через Р) участвовало не меньше 7 математиков, всего же на этой конференции (вместе с А) участвовало не меньше 8 математиков. Возьмем математика Б, не участвовавшего в конференции Р. Он искомый, так как он участвовал в конференциях со всеми математиками конференции Р, причем все эти конференции различны. Действительно, пусть Х и У - математики, участвовавшие в конференции Р, а С - конференция, в которой участвовали Б, Х и У. Тогда Х и У участвовали в двух конференциях Р и С, что противоречит условию задачи.