|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ  И НАУКИ КРАСНОДАРСКОГО КРАЯ  Государственное бюджетное образовательное учреждение  дополнительного образования детей  «ЦЕНТР ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ ДЛЯ ДЕТЕЙ»  350000 г. Краснодар,  ул. Красная, 76  тел. 259-84-01  E-mail: cdodd@mail.ru |  | **Всероссийская олимпиада школьников**  **по математике**  **2014-2015 учебный год**  **Муниципальный этап**  **8 класс, ответы**  **Председатель предметно-методической комиссии: Бирюк А.Э., д.ф.-м.н., доцент** |

**ОТВЕТ к задаче № 1**

В один ряд растут 2014 сосен. На каждой из них, до полуночи сидело ровно по одной сове. Ровно в полночь каждая сова взлетела и перелетела на сосну, растущую через одну от той, с которой она взлетела. Могло ли так получиться, чтобы на каждой сосне вновь сидело по одной сове? Обоснуйте свой ответ.

**Решение 1.** Покрасим сосны (вместе с совами) через одну в белый и черный цвета. Тогда, согласно условию, белые совы перелетят на белые деревья. Перенумеруем белые деревья. Их окажется 1007, причём четных на одно дерево меньше чем нечетных. Заметим что при «перелёте» вороны меняют четность дерева поэтому одна из сосен с нечетным номером останется без совы.

**Решение 2.** Перенумеруем все деревья числами от 1 до 2014 в порядке следования в ряду. Сова с первого дерева перелетит на третье. Тогда сова с третьего дерева перелетит на первое (на пятое она перелететь не может т.к. тогда на первом дереве никто не будет сидеть). Аналогично рассуждая, мы получим, что совы на пятом и седьмом — поменяются местами, аналогично — на 9-м и 11-м, …, на 2009-м и 2011-м. Но тогда сове с 2013 дерева некуда будет перелетать.

**Ответ. Нет.**

**ОТВЕТ к задаче № 2**

Для числа нашли сумму цифр его десятичной записи. Получили новое число. В полученном числе вновь нашли сумму цифр и продолжали этот процесс до тех пор, пока не получили однозначное число. Найдите его. Обоснуйте свой ответ.

**Решение.** Поскольку 2010 и 2013 делятся на 3, то исходное число делится на 9. Следовательно, по признаку делимости на 9, все получаемые числа делятся на 9. Существуют только два однозначных числа, делящихся на 9: нуль и девять. Но нуль получится не может, т.к. сумма цифр любого натурального числа больше нуля.

**Ответ:**9.

**Замечание.** Если пропущено рассуждение о невозможности нуля — снимать два балла.

**ОТВЕТ к задаче № 3**

Иванов, Петров и Сидоров бегут в одну сторону по одной прямолинейной дороге с постоянными скоростями. В тот момент, когда Иванов и Петров находились в одной точке, Сидоров был на 60 метров позади них. В тот момент, когда Сидоров догнал Петрова, Иванов отставал от них на 30 метров. На сколько метров Петров обгонял Иванова в тот момент, когда Сидоров догнал Иванова?

**Решение.** Примем момент времени, когда Иванов и Петров были в одной точке за нуль, а момент, когда Сидоров догнал Петрова за единицу. За эту единицу времени Иванов переместился относительно Сидорова на 90 м, значит, их взаимная скорость равна 90 (метров в условную единицу времени). Значит, исходное отставание в 60 метров от Иванова Сидоров преодолел за 2/3 единицы времени. Поскольку Петров равномерно удаляется от Иванова и за единицу времени удалился на 30 метров, то за 2/3 единицы времени он удалился от него на 20 метров.

**Ответ:** 20.

**ОТВЕТ к задаче № 4**

В выпуклом четырехугольнике ABCD диагонали AC и BD пересекаются в точке O. Биссектрисы углов CAD и BDA пересекаются в точке E, а биссектрисы углов BCA и CBD пересекаются в точке F. Докажите, что точки O, E и F лежат на одной прямой.

**Решение. Ответ.** Точки E и F являются точками пересечения биссектрис треугольников ADO и BCO соответственно. Поэтому лучи OE и OF являются биссектрисами вертикальных углов и, следовательно, лежат на одной прямой.

**ОТВЕТ к задаче № 5**

В одной стране ровно 65 городов, некоторые из которых соединены авиалиниями. Одна авиалиния соединяет ровно два города и функционирует в обе стороны. Всего таких авиалиний 2014. Верно ли, что используя эти авиалинии, можно из любого города перелететь в любой другой (возможно с пересадками), если известно, что из каждого города имеется хотя бы одна авиалиния? Обоснуйте свой ответ.

**Решение. Ответ.** Верно. Рассмотрим граф соответствующей стране, с вершинами – городами и ребрами – авиалиниями. Этому графу не хватает 65×(65-1)/2 -2014 = 66 ребер до полного графа, т.е. до графа, в котором любая пара городов соединена авиалинией. Предположим, что граф несвязен, что значит, что из некоторого города  А нельзя добраться до некоторого города B. Рассмотрим компоненту связности, содержащую город  А – все города, в которые можно добраться из города А (в том числе и сам A). Пусть в этой компоненте *k* городов, оставшихся городов 64-*k*. Причем, *k*>1 и *k*<64, т.к. по условию из городов A и B есть авиалинии. Не должно существовать ни одной авиалинии из компоненты связности, содержащей город А, в город не из этой компоненты. Тогда нашему графу не будет хватать до полного графа как минимум (64-*k*)*k* ребер, но при значение (64-*k*)*k*> 66. Следовательно, предположение о несвязности графа не верно. Значит, граф связен.