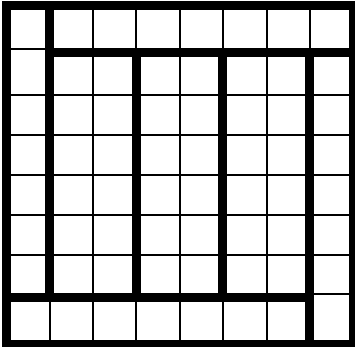
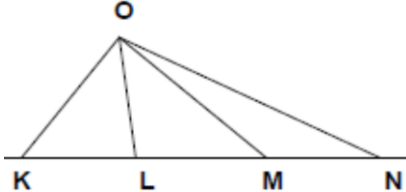


8 класс (решения).

| | |
|-----------|--|
| 1. | <i>Сумма четырёхзначного натурального числа с его суммой цифр равна 2016. Чему равно само число (необходимо найти все возможные варианты и обосновать, что других вариантов нет) ?</i> |
| | <p><u>Ответ: 2007, 1989</u></p> <p>Очевидно, что первые две цифры или 2,0 или 1,9 (т.к. сумма четырёх цифр не больше 36). Обозначим две последние цифры x и y. Тогда:</p> <p>В первом случае, $11x+2y=14$, поэтому $x=0$, $y=8$.</p> <p>Во втором случае, $11x+2y=106$, поэтому x может равняться только либо 8 либо 9. Если $x=8$, то $y=9$. Случай $x=9$ невозможен в силу чётности остальных слагаемых.</p> <p>За правильный ответ без обоснования – 1 балл.</p> |
| 2. | <i>Квадратная таблица 9×9 заполнена цифрами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 так, что в каждой строке и в каждом столбце все цифры различны. Найдите частное от деления суммы девяти 9-значных чисел, записанных в строках этой таблицы, на 37.</i> |
| | <p><u>Ответ: 135135135</u></p> <p>Так как сумма цифр в каждом столбце равна 45, то сумма всех этих чисел равна 111111111×45. Её частное от деления на 37 равно 135135135.</p> <p>Правильный ответ без обоснования – 1 балл.</p> |
| 3. | <i>Из 100 (не обязательно одинаковых) клетчатых квадратов сложили клетчатый прямоугольник. Его клетки раскрасили в шахматном порядке в белый и чёрный цвет. Известно, что стороны квадратов - простые числа, большие 2. Сколько центральных клеток исходных квадратов могут оказаться покрашенными в белый цвет?</i> |
| | <p><u>Ответ: 50</u></p> <p>В каждом из исходных квадратов без центральной клетки поровну чёрных и белых клеток. Кроме того, в сложенном прямоугольнике тоже поровну чёрных и белых клеток (в нём чётное число клеток, значит есть и чётная сторона). Поэтому, и среди центральных клеток поровну чёрных и белых клеток – по 50 штук.</p> |

| | | |
|----|---|---|
| 4. | <p>Можно ли квадрат со стороной 1 см. разрезать на 7 прямоугольников с периметром 2 см. каждый ?</p> | |
| | <p>Ответ: Да, можно, см рисунок.</p> <p>Для полного решения достаточно привести правильный ответ. Здесь, восемь клеток – 1 см.</p> <p>Додуматься до этого несложно. Надо нарисовать крайние (бортовые) прямоугольники со сторонами x и $1-x$. Внутри останется квадрат размером со стороной $1-2x$. Теперь осталось подобрать x так, чтобы он разрезался на три прямоугольника периметра 2 см.</p> <p>Возможны и иные решения.</p> |  |
| 5. | <p>На прямой взяты четыре точки $KLMN$ (именно в этом порядке) и вне прямой взята точка O так, что $KL=LM=MN$, угол $\angle KON = 121^\circ$. Известно также, что $OM > KL$. Что больше – OL или MN ?</p> | |
| | <p>Ответ: $OL < MN$.</p> <p>Предположим противное, т.е., что $OL \geq MN$. Тогда, т.к. в треугольнике против большей стороны лежит больший угол, имеем следующие два неравенства:</p> <p>$\angle OKL \geq \angle KOL$; $\angle ONM \geq \angle NOM$. Отсюда следует, что $\angle KOL + \angle NOM \leq \angle OKL + \angle ONM = 59^\circ$. Поэтому, $\angle LOM \geq 62^\circ$. Заметим теперь, что в треугольнике $\triangle LOM$ самая маленькая сторона – LM, поэтому, угол $\angle LOM < 60^\circ$.</p> <p>Получено противоречие. ЧТД.</p> |  |