

7 класс (решения).

1.	<p><i>Найти первую цифру (слева) наименьшего натурального числа, сумма цифр которого равна 2011. Ответ должен быть обоснован.</i></p>
	<p><u>Ответ: 4.</u></p> <p>Число это состоит из нескольких девяток и впереди еще одна цифра. Первая цифра, таким образом, равна остатку от деления 2011 на 9, т.е. – четырём.</p> <p>Таким образом, наше число – 4999...999 (девяток ровно 223 штуки).</p> <p>Без обоснования при правильном ответе – 1 балл.</p>
2.	<p><i>Вася с Машей играли в шашки (кстати, шашек в шашечной партии всего 48 – 24 белых и 24 чёрных). В какой-то момент количество Васиных шашек было больше количества Машиных шашек в полтора раза. Еще через некоторое время, когда количество шашек на доске уменьшилось на четыре шашки, отношение количества Васиных шашек к количеству Машиных шашек оказалось равным 4:3. Сколько теперь на доске осталось шашек ?</i></p>
	<p><u>Ответ: на доске осталось 21 шашка, 12 – у Васи и 9 – у Маши.</u></p> <p>Пусть в первый момент шашек на доске было $5x$, во второй – $7y$. Тогда, по условию, $5x-4=7y$. Далее находить x и y можно разными способами.</p> <p><u>Первый способ:</u> перебрать все значения y от 6 до 1.</p> <p><u>Второй способ:</u> переписать уравнение в виде $5(x+2)=7(y+2)$, откуда сразу следует, что $x=5$, а $y=3$.</p> <p>Возможные и другие правильные аналогичные рассуждения (обозначения).</p> <p>Без обоснования при правильном ответе – 1 балл.</p>
3.	<p><i>Квадратная таблица 9×9 заполнена цифрами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 так, что в каждой строке и в каждом столбце все цифры различны. Найдите частное от деления суммы девяти 9-значных чисел, записанных в строках этой таблицы, на 37.</i></p>
	<p><u>Ответ: 135135135</u></p> <p>Так как сумма цифр в каждом столбце равна 45, то сумма всех этих чисел равна 111111111×45. Её частное от деления на 37 равно 135135135.</p> <p>Правильный ответ без обоснования – 1 балл.</p>

4.	<p><i>В комнате 12 человек - лжецов и честных (лжец всегда лжёт, честный всегда говорит правду). Первый сказал: «В комнате нет честных людей», второй сказал: «В комнате не более одного честного человека», ..., и т.д., двенадцатый сказал: «В комнате не более 11 честных». Сколько всего в комнате честных?</i></p>	
	<p><u>Ответ: в комнате честных человек.</u></p> <p>Первый – лжец, поэтому двенадцатый говорит правду. Поэтому, второй – лжец. Поэтому одиннадцатый говорит правду. Поэтому, третий – лжец. Поэтому десятый говорит правду. Поэтому, четвёртый – лжец. Поэтому девятый говорит правду. Поэтому, пятый – лжец. Поэтому восьмой говорит правду. Поэтому, шестой – лжец. Поэтому седьмой говорит правду. Итак, всего в комнате – 6 честных. Без полного обоснования при правильном ответе – не более двух баллов.</p>	
5.	<p><i>Можно ли квадрат со стороной 1 см. разрезать на 7 прямоугольников с периметром 2 см. каждый ?</i></p>	
	<p><u>Ответ: Да, можно, см рисунок.</u></p> <p>Для полного решения достаточно привести правильный ответ. Здесь, восемь клеток – 1 см.</p> <p>Додуматься до этого несложно. Надо нарисовать крайние (бортовые) прямоугольники со сторонами x и $1-x$. Внутри останется квадрат размером со стороной $1-2x$. Теперь осталось подобрать x так, чтобы он разрезался на три прямоугольника периметра 2 см.</p>	