|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| C:\Users\guest\Desktop\рис 2 герб.jpg**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ,** **НАУКИ И МОЛОДЕЖНОЙ ПОЛИТИКИ КРАСНОДАРСКОГО КРАЯ**Государственное бюджетное учреждениедополнительного образованияКраснодарского края **«Центр развития одаренности»**350000 г. Краснодар, ул. Захарова, 11, (861) 201-51-93е-mail: cro.krd@mail.ru |  | **Реиональная олимпиада школьников** **по математике****2019-2020 год****7 класс,** **Решения**Председатель предметно-методической комиссии: Гайденко С.В. к. ф.-м.н., доцент. |

**Задача 1**. Выпишите натуральные числа от 1 до 100 в строку так, чтобы разность любых двух соседних (из большего вычитается меньшее) была не меньше 50. Докажите, что на окружности это сделать невозможно.

**Решение**. В строку 50, 100, 49, 99, 48, 98, 47, 97,…, 1, 51. Или в обратном порядке. На окружности для числа 50 не найдется двух соседей, отличающихся от него не меньше, чем на 50.

**Задача 2**. В тетради выписаны по одному разу все нечётные числа от 1 до 4039. Можно ли между ними расставить «+» и «–» так, чтобы значение получившего арифметического выражения равнялось 1?

**Решение. Все** выписанные числа можно представить, как 2k – 1, k = 1, …, 2020. Всего нечётных чисел 2020. Так как алгебраическая сумма чётного числа нечётных чисел чётна, то единица (нечётное число) результатом данного выражения стать не может.

Ответ: нельзя.

**Задача 3**. Игорь закрасил (n – 1) клетку в таблице n x n. После этого он начал закрашивать те клетки таблицы, у которых хотя бы две соседних уже закрашены (соседними считаются клетки, имеющие общую сторону). Докажите, что хотя бы одна клетка останется не закрашенной.

**Решение**. Заметим, что периметр закрашенной области не увеличивается после каждого действия Игоря. Если закрашивается клетка, имеющая две соседние закрашенные, периметр закрашенной области не изменяется. Если у клетки три или четыре закрашенных соседних, то периметр только уменьшится. Изначально периметр закрашенной области – не более 4(n – 1). Если бы Игорю удалось закрасить всю таблицу, то периметр стал бы равен 4n, что невозможно.

**Задача 4**. Дан треугольник АВС, у которого 2АВ=АС. Точки P, Q и R лежат на отрезках АВ, АС и BQ соответственно, причём AP=PR, BR=QR и AQ=CQ. Докажите, что прямые АС и PR параллельны.

**Решение**. Так как 2AQ=AC=2AB, то AQ=AB и треугольник ABQ – равнобедренный с основанием BQ. Тогда его медиана AR является биссектрисой и ∠ QAR = ∠ BAR. Но треугольник APR по условию тоже равнобедренный с основанием AR, а значит ∠PAR = ∠ PRA.

Откуда получаем : CAR = ∠QAR = ∠ BAR = ∠ PAR = ∠ PRA .

Таким образом, для прямых AC, PR и секущей AR накрест лежащие углы CAR и PRA оказались равными. Следовательно, прямые АС и PR параллельны.