|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| C:\Users\guest\Desktop\рис 2 герб.jpg  **МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ,**  **НАУКИ И МОЛОДЕЖНОЙ ПОЛИТИКИ КРАСНОДАРСКОГО КРАЯ**  Государственное бюджетное учреждение  дополнительного образования  Краснодарского края  **«Центр развития одаренности»**  350000 г. Краснодар, ул. Захарова, 11,  (861) 201-51-93  е-mail: [cro.krd@mail.ru](mailto:cro.krd@mail.ru) |  | **Региональная олимпиада школьников**  **по математике**  **2019-2020 год**  **8 класс, ответы** Председатель предметно-методической комиссии: Гайденко С.В.к. ф.-м.н., доцент. |

**Задача 1.** Верно ли, что делится на 2021?

**Решение.**

Но 2020 и 2021 не имеют общих делителей, как и и 2021.

**Ответ:** Нет, не верно.

**Задача 2.** Плоскость раскрашена в два цвета. Докажите, что найдутся две точки разного цвета на расстоянии 1.

**Решение.** Выберем две точки А и В разного цвета и пройдем из А в В с шагом длиной 1. Это можно делать, например, идя от А к В по прямой с шагом 1. Если на последнем шаге останется отрезок СВ короче 1, то построим равнобедренный треугольник CDB сторонами CD=DB=1. Цвет точек, по которым шагаем в итоге изменится. Начало и конец шага, на котором произошло изменение цвета, и дадут искомые точки.

**Задача 3.** Среди квадратов натуральных чисел выберите все такие четырёхзначные числа, в десятичной записи которых использованы две цифры по два раза.

**Решение.** Пусть *P* и *Q* – цифры, дважды используемые в записи четырёхзначного числа *n 2* (*n* – натуральное число). Возможны случаи: 1) **; 2) **; 3) **. Откуда следует: 1) ; 2) ; 3) . Случай 1) невозможен, так как из делимости *n 2* на простое число *101* следует делимость *n 2* на *101 2=10201*, что противоречит четырёх значности числа *n 2*. В случаях 2) и 3) *n 2* делится на *11*, а значит, *n* тоже делится на *11*. Для некоторого натурального числа *k* имеем *n =11k*. Откуда *n2=121k2* и в силу неравенств , то есть , приходим к условию . Поэтому *k 2* может быть только среди следующих чисел: *9*; *16*; *25*; *36*; *64* и *81*. Для *n 2* получаем возможные значения: *1089*; *1936*; *3025*; *4356*; *7744* и *9801*. Условию задания удовлетворяет только одно из полученных чисел – число *7744* (оказалось, что случай 2) тоже невозможен).

**Ответ:** *7744.*

**Задача 4.** Стороны трапеции относятся как *1:3:4:6*. Докажите, что прямые, содержащие её боковые стороны, являются перпендикулярными.

**Решение.**Пусть *ABCD* – данная трапеция. Не ограничивая общности рассуждений, можем считать, что *AD* и *BC* – её основания, а *АВ* и *CD* – боковые стороны, причём *AD > BC* и *AB >CD* (все стороны трапеции по условию различны). Через точку *В* проведем прямую параллельно прямой *CD*. Так как прямая *СD* пересекает прямую *AD* в точке *D*, то и параллельная ей прямая тоже пересечёт *AD* в некоторой точке *F*. По построению *BCDF* – параллелограмм, а значит *BF=CD* и *FD=BC < AD*, то есть *F* расположена внутри отрезка *AD*. Таким образом, мы получили треугольник *ABF*, у которого *BF=CD*  и *AF=AD – FD=AD – BC.*  Далее, не ограничивая общности рассуждений, мы можем в качестве единицы измерения длины взять длину наименьшей стороны трапеции. Тогда согласно условию стороны трапеции будут равны 1, 3, 4 и 6.

Рассмотрим треугольник *ABF*. Согласно неравенству треугольника получаем *AB < BF + AF=CD + AD – BC*. Если *АВ=6*, то ввиду равенства двух множеств  получаем **, что приводит к противоречию. Поэтому , а значит *AD = 6*. Также согласно неравенству треугольника , то есть *СD > |AB + BC – AD|.* Если *CD=1*, то ввиду  имеем , что опять приводит к противоречию. Поэтому , а значит *ВС = 1.*

Итак, основания *AD* и *ВС* трапеции равны *6* и *1* соответственно. Так как *AB > CD* и , то *АВ = 4* и *CD = 3.* Теперь находим стороны треугольника *ABF*: *АВ = 4, BF = CD =3* и *AF=AD – BC=5.* Получили египетский прямоугольный треугольник, у которого. Так как прямая *AB* образует с параллельными прямыми *BF* и *CD* равные углы, то угол между прямыми *АВ* и *CD*, содержащими боковые стороны трапеции, равен *90* градусов.