

Образцы решения задач

Задача 1.

В опыте Юнга расстояние l от щелей до экрана равно 3 м. Определить угловое расстояние между соседними светлыми полосами, если третья светлая полоса на экране отстоит от центра интерференционной картины на расстоянии 4,5 мм. Ответ: $5 \cdot 10^{-4}$ рад.

Решение:

Дано:
 $l = 3 \text{ м}$
 $x_{\max} = 4,5 \text{ мм}$
 $m = 3$
 $\varphi = ?$

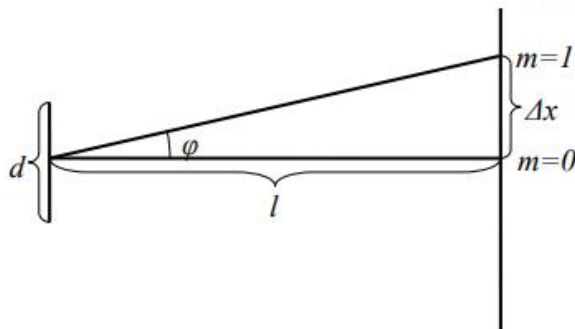
СИ:
 $4,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$

Из рисунка видно, что

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\Delta x}{l} \quad (1),$$

где Δx - расстояние между двумя соседними максимумами (или минимумами), называемое *шириной интерференционной полосы*, равно

$$\Delta x = \frac{l}{d} \lambda_0 \quad (2).$$



Максимумы интенсивности будут наблюдаться в случае

$$x_{\max} = m \frac{l}{d} \lambda_0, \text{ где } m = 0, 1, 2, \dots \quad (3).$$

Выразим из (3) $\frac{\lambda_0}{d}$ $\left(\frac{\lambda_0}{d} = \frac{x_{\max}}{lm} \right)$

и подставим в (2). Тогда получим

$$\Delta x = \frac{x_{\max}}{m} \quad (4).$$

Подставим (4) в (1):

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{x_{\max}}{ml} \quad (5).$$

Так как $l \gg x_{\max}$, то угол φ очень мал. Тогда $\operatorname{tg} \varphi \sim \varphi$. Значит, (5) запишем так

$$\varphi = \frac{x_{\max}}{ml} \quad (6).$$

Вычислим φ :

$$\varphi = \frac{4,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}}{3 \cdot 3 \text{ м}} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ рад}.$$

Ответ: $5 \cdot 10^{-4} \text{ рад}$.

Задача 2.

На щель шириной $a = 0,1 \text{ мм}$ падает нормально монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,5 \text{ мкм}$. Дифракционная картина наблюдается на экране, расположенном параллельно щели. Определить расстояние l от щели до экрана, если ширина центрального дифракционного максимума $\Delta x = 1 \text{ см}$. Ответ: 1 м .

Решение:

Дано:

$$\lambda = 0,5 \text{ мкм}$$

$$a = 0,1 \text{ мм}$$

$$\Delta x = 1 \text{ см}$$

$$l = ?$$

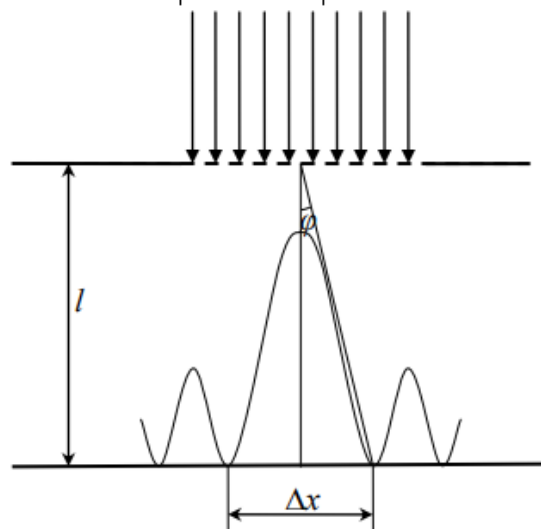
СИ:

$$5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$10^{-4} \text{ м}$$

$$10^{-2} \text{ м}$$

Как видно из рисунка



$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\frac{\Delta x}{2}}{l} = \frac{\Delta x}{2l} \quad \text{или} \quad l = \frac{\Delta x}{2 \operatorname{tg} \varphi} \quad (1).$$

Определим $\operatorname{tg} \varphi$ из условия дифракционного минимума:

$$a \sin \varphi = \pm m \lambda, \quad \text{где } m = 0, 1, 2, \dots$$

Понятно, что $m=1$. Тогда

$$\sin \varphi = \frac{\lambda}{a} \quad (2).$$

Выразим $\operatorname{tg} \varphi$ через $\sin \varphi$:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sin \varphi}{\sqrt{1 - \sin^2 \varphi}} \quad (3).$$

Подставим (2) в (3):

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\frac{\lambda}{a}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{a}\right)^2}} \quad \text{или} \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\lambda}{\sqrt{a^2 - \lambda^2}} \quad (4).$$

Подставим (4) в (1):

$$l = \frac{\Delta x}{2 \frac{\lambda}{\sqrt{a^2 - \lambda^2}}} = \frac{\Delta x \sqrt{a^2 - \lambda^2}}{2 \lambda} \quad (5).$$

Так как $\lambda \ll a$, то вторым слагаемым под корнем в формуле (5) можно пренебречь:

$$l = \frac{a \Delta x}{2 \lambda} \quad (6).$$

Вычислим l :

$$l = \frac{10^{-2} \text{ м} \cdot 10^{-4} \text{ м}}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}} = 1 \text{ м}.$$

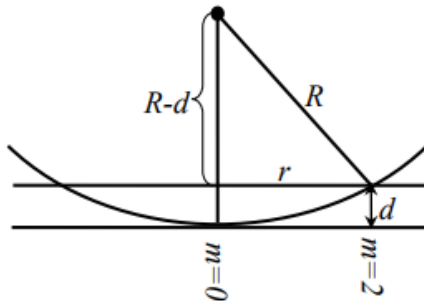
Ответ: 1 м .

Задача 3.

Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 0,6 \text{ мкм}$, падающим нормально. Пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнено жидкостью, и наблюдение ведется в проходящем свете. Радиус кривизны линзы $R = 4 \text{ м}$. Определить показатель преломления жидкости, если радиус второго светлого кольца $r = 1,8 \text{ мм}$. Ответ: 1,48.

Решение:

Дано:	СИ:	В проходящем свете оптическая разность хода, при условии, что параллельный пучок света падает нормально на плоскую поверхность линзы,
$\lambda = 0,6 \text{ мкм}$	$6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$	
$R = 4 \text{ м}$		
$r = 1,8 \text{ мм}$	$1,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}$	
$m = 2$		
$n = ?$		$\Delta = 2dn$ или $n = \frac{\Delta}{2d}$ (1).



По теореме Пифагора

$$(R - d)^2 + r^2 = R^2;$$

$$r^2 = R^2 - (R - d)^2;$$

$$r^2 = 2Rd - d^2 \quad (2).$$

Когда радиус кривизны R линзы большой, d очень мал. Тогда (2) перепишем в виде

$$r^2 = 2Rd \text{ или } d = \frac{r^2}{2R} \quad (3).$$

Условие максимума в проходящем свете

$$\Delta = m\lambda, \text{ где } m = 0, 1, 2, \dots \quad (4).$$

Подставим (3) и (4) в (1):

$$n = \frac{m\lambda}{2 \cdot \frac{r^2}{2R}} = \frac{m\lambda R}{r^2} \quad (5).$$

Вычислим n :

$$n = \frac{2 \cdot 6 \cdot 10^{-7} \text{ м} \cdot 4 \text{ м}}{(1,8 \cdot 10^{-3} \text{ м})^2} \approx 1,48.$$

Ответ: 1,48.

Задачи для самостоятельного решения

1. В некоторую точку пространства приходят когерентные лучи с геометрической разностью хода $1,2 \text{ мкм}$. Длина волны этих лучей в вакууме 600 нм . Определите, что произойдет в этой точке в результате интерференции в трех случаях: а) свет идет в воздухе; б) свет идет в воде; в) свет идет в стекле с показателем преломления $1,5$.

2. Голубые лучи с длиной волны 480 нм от двух когерентных источников, расстояние между которыми 120 мкм , попадают на экран. Расстояние от источников до экрана равно $3,6 \text{ м}$. В результате интерференции на экране получаются чередующиеся темные и светлые полосы. Определите расстояние между центрами соседних темных полос на экране. Каким будет это расстояние, если голубые лучи заменить оранжевыми с длиной волны 650 нм ?

3. Когерентные источники белого света, расстояние между которыми $0,32 \text{ мм}$, имеют вид узких щелей. Экран, на котором наблюдается интерференция света от этих источников, находится на расстоянии $3,2 \text{ м}$ от них. Найдите расстояние между красной (длина волны 760 нм) и фиолетовой (длина волны 400 нм) линиями второго интерференционного спектра

4. При наблюдении интерференции света от двух когерентных источников монохроматического света с длиной волны 520 нм на экране на отрезке длиной 4 см наблюдается $8,5$ полос. Определите расстояние между источниками света, если расстояние от них до экрана равно $2,75 \text{ м}$.

5. Установка для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим по нормали к поверхности пластинки. Радиус кривизны линзы $8,6 \text{ м}$. Наблюдение ведется в отраженном свете. Измерениями установлено, что радиус четвертого темного кольца (считая центральное темное пятно нулевым) $r_4 = 4,5 \text{ мм}$. Найдите длину волны падающего света

6. Какова ширина всего спектра первого порядка (длины волн заключены в пределах от 0,38 мкм до 0,76 мкм), полученного на экране, отстоящем на 3 м от дифракционной решетки с периодом 0,01 мм?

7. При освещении дифракционной решетки светом с длиной волны 590 нм спектр третьего порядка виден под углом $10^{\circ}12'$. Определите длину волны, для которой спектр второго порядка, полученный с той же дифракционной решеткой, будет виден под углом $6^{\circ}18'$.

8. Спектры второго и третьего порядков в видимой области дифракционной решетки частично перекрываются друг с другом. Какой длине волны в спектре третьего порядка соответствует длина волны 700 нм в спектре второго порядка?

9. На дифракционную решетку, имеющую период 2 мкм, падает нормально свет, пропущенный сквозь светофильтр. Фильтр пропускает волны с длиной волны от 500 до 600 нм. Будут ли спектры разных порядков перекрываться друг с другом?