Министерство образования, науки и молодёжной политики

Краснодарского края

Государственное бюджетное учреждение

дополнительного образования

Краснодарского края «Центр развития одарённости»

**Методические рекомендации к выполнению контрольной работы № 3
по математике для учащихся 7 класса заочных курсов «Юниор» очно-заочного обучения (с применением дистанционного образовательных технологий и электронного обучения)**

Составитель:

Невечеря Артём Павлович,

преподаватель ФГБОУ ВО «КубГУ»

Краснодар

2020

**Аннотация.**

**Цель и задачи программы** **–** первоочередной целью данной программы является развитие математического образа мышления у учащихся. Достижение данной цели обеспечивается через формирование знаний и навыков решения нестандартных математических задач, а также углубление школьных знаний по математике. Также данная программа способствует становлению и укреплению познавательных интересов учащихся.

В ходе достижения цели данной программы предполагается решение следующих **задач**:

- образовательные (предметные) задачи: формирование у учащихся целостного представления о нестандартных методах решения различных математических задач; формирования устойчивого интереса к математике; развитие умения формализовывать решаемые математические задачи; способствование пониманию значимости математики для современного общества; развитие логического мышления у обучающихся.

- личностные задачи: развитие воображения, образного мышления, пространственных представлений у учащихся; развитие мыслительной деятельности и творческого подхода в поиске способов решения математических задач; формирование умения корректной самооценка способностей у учащихся; развитие способности к поиску нужной информацию из различных источников; развитие способности к самостоятельной и коллективной деятельности, включения своих результатов в результаты работы группы, соотнесение своего мнения с мнением других участников учебного коллектива и мнением авторитетных источников.

- метапредметные задачи: развитие у учащихся интереса к процессу познания, желания преодолевать трудности; развитие интеллектуальной культуры личности; развитие умения обдумывать, планировать свои действия; понимать поставленную задачу и решать её в соответствии с заданными правилами; осуществлять контроль, самоконтроль и самооценку; проявлять волевые усилия при решении нестандартных задач; проводить доказательные рассуждения, логически обосновывать выводы.

**Пояснительная записка.**

**Направленность:** данная дополнительная общеобразовательнаяпрограмма имеет естественнонаучную направленность с уклоном в физико-математический профиль;

**Актуальность** данной дополнительной образовательной программы состоит в том, что она развивает в у учащихся творческие способности, способствует мотивации к углублённому изучению методов решения нестандартных математических задач, и при этом поддерживает изучение основного курса, направлена на систематизацию, расширение и повторение знаний учащихся. Вопросы, рассматриваемые в программе, примыкают к основному курсу математики в школе. Поэтому данная программа будет способствовать совершенствованию и развитию математических знаний и умений учащихся.

**Новизна** состоит в том, что данная программа достаточно универсальна, имеет большую практическую значимость. Она доступна обучающимся. Начинать изучение программы можно с любой темы. Предлагаемая программа рассчитана на обучающихся, которые стремятся не только развивать свои навыки в применении математических преобразований, но и рассматривают математику как средство получения дополнительных знаний, необходимых для успешного выступления на олимпиадах по математике.

Основная часть.

Лекционные материалы

1. Закономерности в рядах чисел.

Задачи на поиск закономерности в последовательности чисел, связаны с поиском повторений или формализуемых изменений в анализируемой последовательности.

1) *Последовательность с повторениями* в частном случае может выглядеть таким образом:

1, 3, 21, 10, 11, 32, 4, 1, 3, 21, 10, 11, 32, 4, …

В рассмотренном примере число 7 – является периодом последовательности. Через 7 позиций числа в последовательности повторяются: **1**, 3, 21, 10, 11, 32, 4, **1**, 3, 21, 10, 11, 32, 4, …; или: 1, **3**, 21, 10, 11, 32, 4, 1, **3**, 21, 10, 11, 32, 4, …; и т.д.

2) *Последовательность с формализуемыми изменениями*. Обозначим через *ai* – *i*-й элемент последовательности. Тогда поиск закономерности в общем случае сводится к поиску способа выражения *ai* через некоторые предыдущие элементы последовательности или/и через номер данного элемента последовательности. Рассмотрим последовательность:

1, 3, 6, 10, 15, …

Разница между двумя первыми элементами последовательности равняется 2, разница третьего и второго – 3, четвёртого и третьего – четырём, и т.д., с каждым шагом разница соседних элементов увеличивается на 1. Формализуем эту запись:

*a*1 = 1, *a*2 = *a*1 + 2, *a*3 = *a*2 + 3, *a*4 = *a*3 + 4, …, *ai* = *ai*– 1 + *i*, …

Здесь мы выразили текущее число последовательности через его номер и предыдущее число данной последовательности.

Однако эту же закономерность можно формализовать иначе, используя только номер текущего элемента последовательности:

    …,  …

1. Разрезание фигур.

Задачи на разрезание фигур направлены на развитие геометрического мышления. Данная тема является некоторым «вводным курсом» в комбинаторику для младших классов.

В стандартных задачах данного типа по умолчанию предполагается, что разрезание производится по сторонам клеток, из которых составлены фигуры. Как правило, одну фигуру необходимо разбить на несколько (а) одинаковых или (б) совпадающих по размеру частей. В первом случае (а) фигуры должны совпадать с точностью до поворота и отражения. Во втором случае (б) достаточно, чтобы каждая получившаяся часть содержала одинаковое количества клеточек. В целях упрощения решения задач данного типа в рассмотренных выше случаях можно воспользоваться следующим фактом: *отношение количества клеток в разрезаемой фигуре к количеству частей – равняется количеству клеток в каждой части*.

*Пример.* Разрежьте фигуру на рисунке а.1 на три одинаковых фигуры:



*Рисунок* а.1.

*Решение*. Заметим, что фигура состоит из 15 клеток. Необходимо разделить её на 3 части, следовательно, в каждой части будет 15/3 = 5 клеток. Используя этот факт и воображение (геометрическое мышление) получаем (рисунок а.2):



*Рисунок* а.2.

1. Цифры, натуральные и целые числа.

Натуральные числа – числа, возникающие естественным образом при счёте (как в смысле перечисления, так и в смысле исчисления).

Целые числа – расширение множества натуральных чисел, получаемое добавлением к нему нуля и отрицательных чисел.

Цифры – система знаков для записи конкретных значений чисел. В десятичной системе счисления всего 10 цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9.

1. Делимость. Исследование кратности.

Некоторое *n*-значное десятичное число можно в общем случае представить следующим образом:

,

где *x*0 – цифра разряда единиц (цифра нулевого разряда числа), *x*1 – цифра десятков (цифра первого разряда числа), …, *xn*– 2 – цифра разряда *n* – 2, *xn*– 1 – цифра разряда *n* – 1.

Например, трёхзначное число, цифра разряда сотен которого равняется *a*, разряда десятков – *b*, разряда единиц – *c*, можно представить как .

Заметим, что , или, то же самое для рассмотренного трёхзначного числа: .

Подобное разбиение числа позволяет существенно упростить решение некоторых задач.

*Пример.* Исходное число – двузначное. Петя написал новое двузначное число, переставив в исходном числе цифры местами. Докажите, что сумма исходного числа и написанного Петей будет кратна 11.

*Решение.* Обозначим исходное двузначное число как . Тогда Петя записал число . Рассмотрим сумму этих чисел:

.

Так как  – целое, то  – кратно 11. Следовательно,  – кратно 11. Что и требовалось доказать.

1. Неравенства.

Задачи на неравенства можно разбить на 3 условных категории:

1) Числовые неравенства. Здесь даны два или более числовых выражения, необходимо их сравнить (упорядочить по убыванию / возрастанию).

2) Решение неравенств. Дано утверждение в виде неравенства, содержащее одну или несколько независимых переменных. Необходимо установить при каких значениях переменных данное утверждение будет истинным.

3) Доказательство неравенств. Дано утверждение в виде неравенства, содержащее одну или несколько независимых переменных. Необходимо доказать, что данное утверждение является истинным (или ложным) при любых допустимых значениях переменных.

Одним из факторов, позволяющих успешно решать задачи второго и третьего типа является использование удачно выбранных алгебраических преобразований – например, формул сокращённого умножения.

Контрольная работа №3

**Задание 1.** Дана последовательность чисел: 5, 10, 17, 26, … Чему равняется седьмое число в последовательности? А 2020-е число?

**Задание 2.** Разбейте фигуру (рис. 1) на произвольное число частей так, чтобы из них можно было составить квадрат.



*Рисунок 1.*

**Задание 3.** Произведение некоторых пяти последовательных нечётных чисел в пять раз меньше числа . Чему равняются *a* и *b*?

**Задание 4.** Найдите все возможные значения натуральных переменных *x* и *y*, при которых справедливо следующее:

.

**Задания 5.** Настя утверждает, что сумма всех пятизначных чисел, составленных только из цифр 3, 4, 5 и 6, кратна 41. Оля уверена, что такая сумма обязательно будет кратна 271. Кто не ошибся?

Список литературы.

а) Основная литература:

1. Богомолова О.Б. Логические задачи. – М.: «БИНОМ. Лаборатория знаний», 2013. – 277 с.

2. Виленкин Н.Я. Комбинаторика. – М.: Издательство «Наука», 1969. – 328 с.

3. Виноградов И.М. Основы теории чисел. – М.: Гостехиздат, 1952. – 180 с.

4. Галкин Е.В. Нестандартные задачи по математике. Задачи с целыми числами: учебное пособие для учащихся 7–11 классов. – Челябинск: «Взгляд», 2005. – 271 с.

5. Гордин Р.К. Это должен знать каждый матшкольник. – М.: МЦНМО, 2003. – 56 с.

6. Канель-Белов А.Я., Ковальджи А.К. Как решают нестандартные задачи. – М.: Издательство МЦНМО, 2008. – 96 с.

7. Летчиков А.В. Принцип Дирихле. Задачи с указаниями и решениями. – Ижевск: Издательство Удмуртского университета, 1992. – 108 с.

8. Медников Л.Э. Чётность. – М.: МЦНМО, 2009. – 60 с.

9. Мерзон Г.А., Ященко И.В. Длина, площадь, объём. – М.: МЦНМО, 2011. – 48 с.

б) Дополнительная литература:

10. Виленкин Н.Я. Рассказы о множествах. – М.: МЦНМО, 2005. – 150 с.

11. Галкин Е.В. Нестандартные задачи по математике. Алгебра: учебное по-собие для учащихся 7–11 классов. – Челябинск: «Взгляд», 2004. – 448 с.

12. Гарднер М. Математические новеллы. – М.: Мир, 1974. – 456 с.

13. Гарднер М. Математические чудеса и тайны. – М.: Мир, 1978. – 128 с.

14. Гарднер М. Нескучная математика. Калейдоскоп головоломок. – М.: АСТ: Астрель, 2008. – 288 с.

15. Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В. Ленинградские математические кружки: пособие для внеклассной работы. – Киров: Издательство «АСА», 1994. – 272 с.

16. Горбачёв Н.В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: Издательство МЦНМО, 2004. – 559 с.

17. Екимова М.А., Кукин Г.П. Задачи на разрезание. – М.: МЦНМО, 2002. – 120 с.

18. Кноп К.А. Взвешивания и алгоритмы: от головоломок к задачам. – М.: МЦНМО, 2011. – 104 с.

19. Лоповок Л.М. Математика на досуге: книга для учащихся среднего школьного возраста. – М.: Просвещение, 1981. – 158 с.

20. Морозова Е.А., Петраков И.С., Скворцов В.А. Международные математические олимпиады. – М.: Просвещение, 1976. – 288 с.

21. Ожигова Е.П. Что такое теория чисел. – М.: Издательство «Знание», 1970. – 97 с.

22. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. – М.: Издательство Наука, 1975. – 465 с.

23. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии: учебное пособие. – М.: МЦНМО, 2006. – 640 с.

24. Сергеев И.Н. Зарубежные математические олимпиады. – М.: Наука, 1987. – 416 с.

25. Спивак А.В. Математический кружок. 6–7 классы. – М.: Посев, 2003. – 128 с.

26. Штейнгауз Г. Сто задач. – М.: Издательство «Наука», 1976. – 168 с.

27. Штейнгауз Г. Математический калейдоскоп. – М.: Издательство «Наука», 1981. – 160 с.