Министерство образования, науки и молодёжной политики

Краснодарского края

Государственное бюджетное учреждение

дополнительного образования

Краснодарского края «Центр развития одарённости»

**Методические рекомендации к выполнению**

**контрольной работы№ 3 по математике для учащихся 6 класса заочных курсов «Юниор» очно-заочного обучения (с применением дистанционного образовательных технологий и электронного обучения)**

Составитель:

Кузнецов Егор Александрович,

преподаватель кафедры

информационных образовательных технологий

Кубанского государственного университета

г. Краснодар

2020

**Аннотация.**

Данная методическая разработка является сборником контрольных работ и методических рекомендаций по их проведению для реализации дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы «Курс математики для начинающего олимпиадника (6 класс)». Сборник направлен на развитие интеллектуальных умений учащихся на основе формирования у ребенка умений управлять процессами творчества: фантазированием, пониманием закономерностей, решением сложных проблемных ситуаций.

**Пояснительная записка.**

Программа «Курс математики для начинающего олимпиадника (6 класс)» разработана в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом основного общего образования (приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 декабря 2010 года, №1897, с изменениями), федеральным государственным образовательным стандартом среднего общего образования (приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 мая 2012 года, № 413 с изменениями), методическими рекомендациями по проектированию дополнительных общеразвивающих программ (письмо Минобрнауки РФ от 18.11.2015 № 09-32-42).

***Введение.***

**Актуальность**

Проблема работы с одаренными учащимися чрезвычайно актуальна длясовременного российского общества. К школе предъявляются сегодня высокие требования. Именно поэтому так важно определить основные задачи и направления работы с одаренными детьми в системе дополнительного образования.

Одаренность — это системное, развивающееся в течение жизни качество психики, которое определяет возможность достижения человеком более высоких (необычных, незаурядных) результатов в одном или нескольких видах деятельности по сравнению с другими людьми.

Никакого особого «рецепта» по работе с одаренными детьми нет. По своей природной сути большинство детей талантливы. Беда в том, что не все из них об этом знают. Проблема «нераскрытости» детей заключается в том, что воспитание в семье не всегда помогает раскрыться личности ребенка, а система образовательного процесса в школе не позволяет «рассмотреть» особенности каждого ребенка. Учебный процесс в общеобразовательной школе предполагает, что ребенок должен соответствовать стандарту тех требований, которые к нему предъявляются. Таким образом, многогранность

и сложность явления одаренности определяет целесообразность существования разнообразных направлений, форм и методов работы с одаренными детьми.

Актуальность методической разработки определяется потребностью со стороны одарённых школьников на программы изучения математики, учебно-методические условия для реализации которых имеются на базе факультета математики и компьютерных наук КубГУ.

**Новизна:**

Характерной особенностью программы «Курс математики для начинающего олимпиадника (6 класс)» является интеграция основного и дополнительного образования. Новизна дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы состоит в том, что талантливые обучающиеся вовлекаются в учебную деятельность, основываясь не на традиционных школьных учебных методах работы, а на методах классического университетского образования, более соответствующего запросам учеников. Также содержание программы позволяет не только углубить интеллектуальные познания учеников, но и расширить и дополнить процесс их гражданского воспитания. При этом приоритет программы отдается развитию у учащихся знаний и навыков, позволяющих успешно выступать на муниципальном, региональном и заключительном этапах Всероссийской олимпиады школьников по математике.

**Цель:**

Целью данной методической разработки является обеспечение подготовки школьников к участию в олимпиадном движении по предмету Математика и углубленное изучение курса математики.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО МАТЕМАТИКЕ**

***Переправы и переливания.***

**Типовые задачи:**

1. Трое туристов должны перебраться с одного берега реки на другой. В их распоряжении старая лодка, которая может выдержать нагрузку всего в 100 кг. Вес одного из туристов 45 кг, второго — 50 кг, третьего — 80 кг. Как должны они действовать, чтобы перебраться на другой берег?
2. а) В лодке, вмещающей только двух человек, через реку должны переправиться три миссионера и три каннибала. Миссионеры боятся оставаться на каком-нибудь берегу в меньшинстве. Как им переправиться?

б) То же, но грести умеют только один миссионер и один каннибал.

3. Семья (папа, мама, сын и бабушка) ночью подошла к мосту, способному выдержать только двух человек одновременно. По мосту можно двигаться только с фонариком. Известно, что папа может перейти мост в одну сторону за минуту, мама — за две, сын — за пять и бабушка — за десять минут. Если по мосту движутся двое, время перехода определяется более медленным из двоих. Как семье переправиться за 17 минут? (Фонарик у них один, кидать его нельзя, светить издали тоже нельзя.)

4. У Гарри Потера имеются двое песочных часов: на 7 минут и на 11 минут. Волшебное зелье должно варится 15 минут. Как сварить его Гарри Потеру, перевернув часы минимальное количество раз?

5. Кристоферу Робину срочно необходимо налить из водопроводного крана 6 л воды. Но он имеет лишь два сосуда 5-литровый и 7-литровый. Как ему это сделать?

6. Тому Сойеру нужно покрасить забор. Он имеет 12 л краски и хочет отлить из этого количества половину, но у него нет сосуда вместимостью в 6 л. У него 2 сосуда: один — вместимостью в 8 л, а другой — вместимостью в 5 л. Каким образом налить 6 л краски в сосуд на 8 л? Какое наименьшее число переливаний необходимо при этом сделать?

**Рекомендуемые материалы для закрепления раздела:**

*Спивак А.В. Тысяча и одна задача по математике. 5-7 классы : учеб. пособие для общеобразоват. организаций/А. В. Спивак. – 6-е изд. – М. Просвещение, 2016.*

*Горбачёв Н.В. Сборник олимпиадных задач по математике.*

***Взвешивания.***

**Пример.** Есть три монеты. Среди них одна фальшивая (более тяжёлая). Как с помощью одного взвешивания на чашечных весах определить одну монету?

*Решение.* Взвешиваем первую и вторую монеты. Если одна из них тяжелее — это и есть фальшивая. Если монеты весят одинаково — то фальшивая третья монета.

**Типовые задачи:**

1. Есть 9 одинаковых на вид монет. Среди них одна фальшивая (более тяжелая). Как с помощью всего лишь двух взвешиваний найти фальшивую монету?

2. Как при помощи чашечных весов без гирь разделить 24 кг гвоздей на две части — 9 и 15 кг?

3. Лиса Алиса и Кот Базилио — фальшивомонетчики. Базилио делает монеты тяжелее настоящих, а Алиса — легче. У Буратино есть 15 одинаковых по внешнему виду монет, но какая-то одна — фальшивая. Как двумя взвешиваниями на чашечных весах без гирь Буратино может определить, кто сделал фальшивую монету — Кот Базилио или Лиса Алиса?

4. Известно, что «медные» монеты достоинством в 1, 2, 3, 5 коп. весят соответственно 1, 2, 3, 5 г. Среди четырех «медных» монет (по одной каждого достоинства) есть одна бракованная, отличающаяся весом от нормальной. Как с помощью двух взвешиваний на чашечных весах без гирь определить бракованную монету?

5. Из набора гирек с массами 1, 2, ..., 101 г потерялась гирька массой 19 г. Можно ли оставшиеся 100 гирек разложить на две кучки по 50 гирек в каждой так, чтобы массы обеих кучек были одинаковы?

6. Четырьмя гирями продавец может взвесить любое целое число килограммов от 1 до 40 включительно. Общая масса гирь равна 40 кг. Какими гирями располагает продавец?

7. В 10 сундуках лежат монеты. В девяти лежат настоящие (весом 10 г), а в одном фальшивые (весом 11 г). Одним взвешиванием на двухчашечных весах со стрелкой определить сундук с фальшивыми. (Весы со стрелкой показывают, на сколько «тяжёлая» чаша весов тяжелее «лёгкой».)

8. Среди 201 монеты 50 фальшивых. Каждая фальшивая отличается от настоящей по весу на 1 грамм (в ту или в другую сторону). Имеются чашечные весы со стрелкой, показывающей разность масс одной и другой чашки. За одно взвешивание про одну выбранную монету нужно узнать, фальшивая она или настоящая. Как это сделать?

**Рекомендуемые материалы для закрепления раздела:**

*Спивак А.В. Тысяча и одна задача по математике. 5-7 классы : учеб. пособие для общеобразоват. организаций/А. В. Спивак. – 6-е изд. – М. Просвещение, 2016.*

*Горбачёв Н.В. Сборник олимпиадных задач по математике.*

***Графы.***

 Во многих ситуациях удобно изображать объекты точками, а связи между ними - линиями или стрелками. Такой способ представления называется *графом*. Например, схема метро - это граф. Точки называют *вершинами* графа, а линии — *ребрами*.

 Вершину называют *чётной*, если из неё выходит чётное число рёбер и *нечётной* в противном случае. Граф называют *связным*, если между любыми вершинами существует путь, состоящий из рёбер графа, *ориентированным* - если на каждом ребре указано направление, *плоским* - если он нарисован на плоскости и его ребра не пересекаются (во внутренних точках).

 При решении многих олимпиадных задач используются следующие утверждения, относящиеся к обходу рёбер графа:

 1) если в графе больше двух нечётных вершин, то его правильный обход (т. е. обход, при котором каждое ребро проходится ровно один раз) невозможен;

 2) для всякого чётного связного графа существует правильный обход, который можно начать с любой вершины и который обязательно кончается в той же вершине, с которой начался;

 3) если в связном графе ровно две нечётные вершины, то существует правильный обход, причём в одной из них он начинается, а в другой - кончается;

 4) в любом графе количество нечётных вершин чётно.

1. Между планетами Солнечной системы введено космическое сообщение. Ракеты летают по маршрутам Земля — Меркурий, Плутон — Венера, Земля — Плутон, Плутон — Меркурий, Меркурий — Венера, Уран — Нептун, Нептун — Сатурн, Сатурн — Юпитер, Юпитер — Марс, Марс — Уран. Можно ли добраться с Земли до Марса?

2. На День рождения к Андрею пришли Вася, Глеб, Даша, Митя, Петя, Соня и Тимур. Покажите, как восьмерых ребят можно рассадить за круглый стол, чтобы у любых двух, сидящих рядом, в именах встречались одинаковые буквы.

3. В пяти корзинах лежат яблоки пяти разных сортов. Яблоки первого сорта лежат в корзинах А и В; яблоки второго сорта — в корзинах Б, В и Д; в корзинах Б, Г и Д имеются яблоки пятого сорта; в корзине Г есть к тому же яблоки четвёртого сорта, а в корзине А — третьего. Можно ли дать каждой корзине номер так, чтобы в корзине №1 было хотя бы одно яблоко первого сорта, в корзине №2 — второго и т.д.?

4. а) На шахматной доске 3×3 стоят два чёрных и два белых коня. Белые кони стоят в левом верхнем и правом верхнем углах доски, а чёрные — в левом нижнем и правом нижнем углах. Можно ли сделать несколько ходов конями так, чтобы они поменялись местами?

б) Можно ли поменять коней так, чтобы белые кони стояли в левом верхнем и правом нижнем углах доски, а чёрные — в правом верхнем и левом нижнем?

5. Пешеход обошёл все улицы одного города, пройдя каждую ровно два раза, но не смог обойти их, пройдя каждую лишь один раз. Могло ли такое быть?

6. а) В графе с 8 вершинами любые две вершины соединены ребром. Сколько всего рёбер в этом графе?

б) Тот же вопрос, если в графе не 8, а *n* вершин.

7. Докажите, что среди любых шести человек всегда найдутся либо трое попарно знакомых, либо трое попарно незнакомых.

8. На встречу выпускников пришло 45 человек. Оказалось, что любые двое из них, имеющие одинаковое число знакомых среди пришедших, не знакомы друг с другом. Чему равно наибольшее число знакомств, которое могло быть среди участвовавших во встрече?

**Рекомендуемые материалы для закрепления раздела:**

*Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В. Ленинградские математические кружки*

*Горбачёв Н.В. Сборник олимпиадных задач по математике*

***Симметрия.***

**Типовые задачи:**



1. Расположите в кружочках (см. рис.) числа от 1 до 10 так, чтобы для любых двух соседних чисел их сумма была равна сумме двух чисел, им противоположных (симметричных относительно центра окружности).

2. Ожерелье состоит из 10 бусин, расположенных по окружности на одинаковом расстоянии друг от друга. Закрасьте некоторые бусины из ожерелья так, чтобы ожерелье не имело оси симметрии.

3. Число называется *симметричным,* если оно одинаково читается слева направо и справа налево (например: 1001 или 2992). Какое наибольшее количество четырёхзначных симметричных чисел может идти подряд?

4. Придумайте, как из данных трёх фигурок, использовав каждую ровно один раз, сложить фигуру, имеющую ось симметрии.



5. В квадрате 8×8 можно закрашивать клетки по одной так, чтобы каждый раз получающаяся фигура имела ось симметрии. Можно ли таким образом закрасить 28 клеток?

6. Можно ли правильный шестиугольник (т.е. такой, у которого вершины расположены по окружности на одинаковом расстоянии друг от друга) разрезать на пять остроугольных треугольников?

7. Дана доска 15×15. Некоторые пары центров соседних по стороне клеток соединили отрезками так, что получилась замкнутая несамопересекающаяся ломаная, симметричная относительно одной из диагоналей доски. Докажите, что длина ломаной не больше 200.

**Рекомендуемые материалы для закрепления раздела:**

*Спивак А.В. Тысяча и одна задача по математике. 5-7 классы : учеб. пособие для общеобразоват. организаций/А. В. Спивак. – 6-е изд. – М. Просвещение, 2016.*

**ЗАДАНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ №3**

**Задача 1.**

 На складе лежит 10-литровый бочонок, доверху наполненный квасом, и два пустых ведра ёмкостью 9 литров и 5 литров. Торговец хочет выставить на продажу 6 литров кваса. Как ему это сделать, пользуясь только этими ёмкостями?

**Задача 2.**

Как 3 рыцаря, каждый со своим оруженосцем, могут переправиться с левого берега реки на правый на двухместной лодке, если оруженосцы отказываются оставаться с незнакомыми рыцарями без своих хозяев (но могут оставаться на берегу совсем без рыцарей)?

**Задача 3.**

Из пяти монет – две фальшивые. Одна из фальшивых монет легче настоящей, а другая – на столько же тяжелее настоящей. Объясните, как за три взвешивания на чашечных весах без гирь найти обе фальшивые монеты.

**Задача 4.**

а) В квадрате 2019×2019 закрашена 2021 клетка, причём их расположение симметрично относительно одной из двух главных диагоналей. Докажите, что хотя бы одна из закрашенных клеток расположена на диагонали.

б) Теперь закрашенные клетки располагаются симметрично относительно обеих диагоналей. Докажите, что центральная клетка закрашена.

**Задача 5.**

Коля подсчитал, что у него и у всех его одноклассников – ровно по 9 друзей из его класса. Всего в классе учится 31 ученик. Прав ли Коля?

**Критерии оценивания.**

**Задача 1.**

Правильное решение – 5 баллов.

**Задача 2.**

Правильное решение – 5 баллов.

**Задача 3.**

Правильное решение – 5 баллов.

**Задача 4.**

Правильное решение обоих пунктов – 5 баллов, только одного пункта – 3 балла.

**Задача 5.**

Правильное решение – 5 баллов.

**Максимальное количество баллов – 25.**