Министерство образования, науки и молодёжной политики

Краснодарского края

Государственное бюджетное учреждение

дополнительного образования

Краснодарского края «Центр развития одарённости»

**Методические рекомендации к выполнению**

**контрольной работы № 2 по математике для учащихся 5 класса заочных курсов «Юниор» очно-заочного обучения (с применением дистанционного образовательных технологий и электронного обучения)**

Составитель:

Невечеря Артём Павлович,

преподаватель ФГБОУ ВО «КубГУ»

г. Краснодар

2019

**Аннотация.**

**Цель и задачи программы** **–** первоочередной целью данной программы является развитие математического образа мышления у учащихся. Достижение данной цели обеспечивается через формирование знаний и навыков решения нестандартных математических задач, а также углубление школьных знаний по математике. Также данная программа способствует становлению и укреплению познавательных интересов учащихся.

В ходе достижения цели данной программы предполагается решение следующих **задач**:

- образовательные (предметные) задачи: формирование у учащихся целостного представления о нестандартных методах решения различных математических задач; формирования устойчивого интереса к математике; развитие умения формализовывать решаемые математические задачи; способствование пониманию значимости математики для современного общества; развитие логического мышления у обучающихся.

- личностные задачи: развитие воображения, образного мышления, пространственных представлений у учащихся; развитие мыслительной деятельности и творческого подхода в поиске способов решения математических задач; формирование умения корректной самооценка способностей у учащихся; развитие способности к поиску нужной информацию из различных источников; развитие способности к самостоятельной и коллективной деятельности, включения своих результатов в результаты работы группы, соотнесение своего мнения с мнением других участников учебного коллектива и мнением авторитетных источников.

- метапредметные задачи: развитие у учащихся интереса к процессу познания, желания преодолевать трудности; развитие интеллектуальной культуры личности; развитие умения обдумывать, планировать свои действия; понимать поставленную задачу и решать её в соответствии с заданными правилами; осуществлять контроль, самоконтроль и самооценку; проявлять волевые усилия при решении нестандартных задач; проводить доказательные рассуждения, логически обосновывать выводы.

**Пояснительная записка.**

**Направленность:** данная дополнительная общеобразовательнаяпрограмма имеет естественнонаучную направленность с уклоном в физико-математический профиль;

**Актуальность** данной дополнительной образовательной программы состоит в том, что она развивает в у учащихся творческие способности, способствует мотивации к углублённому изучению методов решения нестандартных математических задач, и при этом поддерживает изучение основного курса, направлена на систематизацию, расширение и повторение знаний учащихся. Вопросы, рассматриваемые в программе, примыкают к основному курсу математики в школе. Поэтому данная программа будет способствовать совершенствованию и развитию математических знаний и умений учащихся.

**Новизна** состоит в том, что данная программа достаточно универсальна, имеет большую практическую значимость. Она доступна обучающимся. Начинать изучение программы можно с любой темы. Предлагаемая программа рассчитана на обучающихся, которые стремятся не только развивать свои навыки в применении математических преобразований, но и рассматривают математику как средство получения дополнительных знаний, необходимых для успешного выступления на олимпиадах по математике.

Основная часть

Лекционные материалы

1. Разрезание фигур.

Задачи на разрезание фигур направлены на развитие геометрического мышления. Данная тема является некоторым «вводным курсом» в комбинаторику для младших классов.

В стандартных задачах данного типа по умолчанию предполагается, что разрезание производится по сторонам клеток, из которых составлены фигуры. Как правило, одну фигуру необходимо разбить на несколько (а) одинаковых или (б) совпадающих по размеру частей. В первом случае (а) фигуры должны совпадать с точностью до поворота и отражения. Во втором случае (б) достаточно, чтобы каждая получившаяся часть содержала одинаковое количества клеточек. В целях упрощения решения задач данного типа в рассмотренных выше случаях можно воспользоваться следующим фактом: *отношение количества клеток в разрезаемой фигуре к количеству частей – равняется количеству клеток в каждой части*.

*Пример.* Разрежьте фигуру на рисунке а.1 на три одинаковых фигуры:



*Рисунок* а.1.

*Решение*. Заметим, что фигура состоит из 15 клеток. Необходимо разделить её на 3 части, следовательно, в каждой части будет 15/3 = 5 клеток. Используя этот факт и воображение (геометрическое мышление) получаем (рисунок а.2):



*Рисунок* а.2.

В некоторых случаях условиями задачи разрешается разделять фигуру не только по сторонам клеток. В этом случае также можно вычислить количество клеток в каждом фрагменте – оно может получиться дробным, что даст дополнительные подсказки к возможному виду фрагмента.

1. Сюжетные логические задачи – истинные и ложные высказывания.

В большинстве случаев структура таких задач однотипна: в тексте условия в явном или неявном виде представлен ряд высказываний; известно количество истинных, ложных высказываний (а также, в некоторых случаях, высказываний с неустановленной истинностью), но не известно, какие именно высказывания являются ложными или истинными. Для решения задачи необходимо определить истинность всех или части высказываний.

Чёткие правила решения таких задач не установлены. В общем случае устанавливается ряд проверяемых утверждений, последовательно проверяется не нарушается ли логика задачи, если принять данные утверждения за истинные.

*Пример.* В велогонка приняли участие 5 школьников. После гонок 5 болельщик заявили:

1) «Коля занял I место, а Ваня – IV»;

2) «Серёжа занял II место, а Ваня – IV»;

3) «Серёжа занял II место, а Коля – III»;

4) «Толя занял I место, а Надя – II»;

5) «Надя заняла III место, а Толя – V».

Зная, что одно из показаний каждого болельщика верное, а другое – неверное, найдите правильное расположение место.

*Решение.* Предположим, что высказывание «Коля занял I место» – истинное. Тогда Толя не мог занять I место, следовательно, Надя заняла второе место. Тогда Серёжа не мог занять II место, но тогда в утверждении второго болельщика оба высказывания – ложные. Противоречие.

Тогда предположим, что высказывание «Коля занял I место» – ложное. Тогда *Ваня на четвёртом* месте, а Серёжа занял не второе место. Но тогда *Коля на третьем* месте. Следовательно, Надя не могла занять третье место, *Толя – на пятом*. Толя не на первом, следовательно, *Надя на втором*. Осталось не рассмотренным первое место – его занял Серёжа.

*Ответ.* I – Серёжа, II – Надя, III – Коля, IV – Ваня, V – Толя.

1. Чётность.

Доказательства типичных задач (для младших классов) на свойства чётности, сводятся к следующим трём утверждениям:

а) Сумма чётного числа всех чётных или всех нечётных слагаемых – чётна;

б) Сумма нечётного числа всех чётных слагаемых – чётна;

в) Сумма нечётного числа всех нечётных слагаемых – нечётна.

1. Исследование чётности.

Рассматриваются задачи, содержащие описание некоторой системы и допустимых преобразований над ней. Постановка вопроса – может ли система перейти из одного конкретного состояния в другое.

Часто в таких системах присутствует некоторая характеристика, сохраняющая чётность при последовательных преобразованиях. Тогда, если чётность такой характеристики у исходного и конечного (предполагаемого) состояния системы различается, то, очевидно, такой переход невозможен.

*Пример.* Даны шесть чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6. За одно действие разрешается к любым из них прибавить 1. Можно ли, совершая эти действия, сделать все числа равными?

*Решение.* Заметим, что чётность суммы чисел не меняется после каждого действия, так она увеличивается на чётное число – на 2. Если все числа станут равными некоторому натуральному числу *n*, тогда их сумма – 6*n* – будет чётной. В то время как сумма исходного ряда (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) равняется 21 – является нечётной. Чётность суммы исходного ряда и конечного различаются, что не может быть (так как каждое преобразование не меняет её чётность). Следовательно, получить все равные числа невозможно.

*Необязательное примечание.* В предложенных в начале данной темы терминах изменяемая последовательность из шести натуральных чисел данной задачи является *описанием системы*; прибавление к двум произвольным числам 1 – *допустимым преобразованием*; сумма чисел – *характеристикой, сохраняющей чётность*.

1. Основы комбинаторики.

Комбинаторикой называется область математики, в которой изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций с заданным условием можно составить из заданных объектов. Большинство задач решается с помощью двух основных правил:

*Правило произведения.* Если объект А можно выбрать *n* способами, а объект Б можно выбрать *m* способами, то выбор пары объектов А, Б в указанном порядке можно осуществить *m*·*n* способами.

Пример. В классе 10 мальчиков и 9 девочек. Сколькими способами можно выбрать одного мальчика и одну девочку?

Решение. Одного мальчика можно выбрать 10 способами, а одну девочку – 9. По правилу произведения выбор одного мальчика и одной девочки осуществим 10·9 = 90 способами.

*Правило суммы*. Если объект А можно выбрать *n* способами, а объект Б можно выбрать *m* способами, выбор объекта А не влечёт получение объекта Б, а выбор объекта Б не влечёт получение объекта А, то выбор «либо А, либо Б» можно осуществить *n* + *m* способами.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2

**Задача 1.** Перед началом шахматного турнира у четырёх основных претендентов на первое место – Андрея, Бори, Виталика и Гены – взяли небольшое интервью, спросив, кто по их мнению займёт первое место. Андрей предположил, что победит Боря. Виталик заверил журналистов, что победит кто угодно, но не Боря. Боря и Гена тоже поделились своим мнением. Позже оказалось, что только победитель турнира сделал верное предположение на интервью. Кто мог стать победителем в этом случае?

**Задача 2.** Олег загадал два натуральных числа и сообщил Диане, что их сумма равняется 33. Сможет ли Диана за 4 вопроса узнать загаданные Олегом числа? В рамках одного вопроса Диана может назвать сколько угодно чисел (например, «Задуманное число – или 1, или 2, или 3?»), и если хотя бы одно из них совпадёт с загаданным, Олег ответит утвердительно. На все вопросы Олег отвечает либо «Да», либо «Нет».

**Задача 3.** Разделите фигуру, изображённую на рисунке 1 на четыре равные части. Разрезать можно только по линиям клеток и их диагоналям.



*Рисунок 1.*

**Задача 4.** Егор записал два пятизначных числа, последовательно чередуя в их записи две отличных от нуля заранее выбранных им цифры. Запись первого числа Егор начал с первой выбранной цифры, второго – со второй (тогда у него могли получится, например, числа 12121 и 21212). Верно ли, что сумма таких двух чисел всегда будет кратна 271?

**Задача 5.** Восемь небольших городов – А, Б, В, Г, Д, Е, Ё и Ж – соединены дорогами так, как показано на рисунке 2. В определённый момент времени из каждого города выдвинулся путник по случайно выбранной дороге. После того как каждый путник дошёл до другого города (соединённого дорогой непосредственно с тем городом, из которого он вышел) оказалось, что все они по-прежнему находятся в разных городах. Сколько существует различных маршрутов, по которым могли пройти путники (под одним маршрутом будем понимать конкретный перечень дорог, выбранных каждым путником)?

*Рисунок 2.*

**Список литературы.**

а) Основная литература:

1. Богомолова О.Б. Логические задачи. – М.: «БИНОМ. Лаборатория знаний», 2013. – 277 с.

2. Екимова М.А., Кукин Г.П. Задачи на разрезание. – М.: МЦНМО, 2002. – 120 с.

3. Канель-Белов А.Я., Ковальджи А.К. Как решают нестандартные задачи. – М.: Издательство МЦНМО, 2008. – 96 с.

4. Кноп К.А. Взвешивания и алгоритмы: от головоломок к задачам. – М.: МЦНМО, 2011. – 104 с.

5. Медников Л.Э. Чётность. – М.: МЦНМО, 2009. – 60 с.

б) Дополнительная литература:

6. Виленкин Н.Я. Рассказы о множествах. – М.: МЦНМО, 2005. – 150 с.

7. Гарднер М. Математические новеллы. – М.: Мир, 1974. – 456 с.

8. Гарднер М. Математические чудеса и тайны. – М.: Мир, 1978. – 128 с.

9. Гарднер М. Нескучная математика. Калейдоскоп головоломок. – М.: АСТ: Астрель, 2008. – 288 с.

10. Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В. Ленинградские математические кружки: пособие для внеклассной работы. – Киров: Издательство «АСА», 1994. – 272 с.

11. Горбачёв Н.В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: Издательство МЦНМО, 2004. – 559 с.

12. Летчиков А.В. Принцип Дирихле. Задачи с указаниями и решениями. – Ижевск: Издательство Удмуртского университета, 1992. – 108 с.

13. Лоповок Л.М. Математика на досуге: книга для учащихся среднего школьного возраста. – М.: Просвещение, 1981. – 158 с.

14. Мерзон Г.А., Ященко И.В. Длина, площадь, объём. – М.: МЦНМО, 2011. – 48 с.

15. Морозова Е.А., Петраков И.С., Скворцов В.А. Международные математические олимпиады. – М.: Просвещение, 1976. – 288 с.

16. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. – М.: Издательство Наука, 1975. – 465 с.

17. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии: учебное пособие. – М.: МЦНМО, 2006. – 640 с.

18. Сергеев И.Н. Зарубежные математические олимпиады. – М.: Наука, 1987. – 416 с.

19. Штейнгауз Г. Сто задач. – М.: Издательство «Наука», 1976. – 168 с.

20. Штейнгауз Г. Математический калейдоскоп. – М.: Издательство «Наука», 1981. – 160 с.