Министерство образования, науки и молодёжной политики

Краснодарского края

Государственное бюджетное учреждение

дополнительного образования

Краснодарского края «Центр развития одарённости»

**Методические рекомендации к выполнению контрольной работы № 2 по математике для учащихся 7 класса заочных курсов «Юниор» очно-заочного обучения (с применением дистанционного образовательных технологий и электронного обучения)**

Составитель:

Невечеря Артём Павлович,

преподаватель ФГБОУ ВО «КубГУ»

г. Краснодар

2019

**Аннотация.**

**Цель и задачи программы** **–** первоочередной целью данной программы является развитие математического образа мышления у учащихся. Достижение данной цели обеспечивается через формирование знаний и навыков решения нестандартных математических задач, а также углубление школьных знаний по математике. Также данная программа способствует становлению и укреплению познавательных интересов учащихся.

В ходе достижения цели данной программы предполагается решение следующих **задач**:

- образовательные (предметные) задачи: формирование у учащихся целостного представления о нестандартных методах решения различных математических задач; формирования устойчивого интереса к математике; развитие умения формализовывать решаемые математические задачи; способствование пониманию значимости математики для современного общества; развитие логического мышления у обучающихся.

- личностные задачи: развитие воображения, образного мышления, пространственных представлений у учащихся; развитие мыслительной деятельности и творческого подхода в поиске способов решения математических задач; формирование умения корректной самооценка способностей у учащихся; развитие способности к поиску нужной информацию из различных источников; развитие способности к самостоятельной и коллективной деятельности, включения своих результатов в результаты работы группы, соотнесение своего мнения с мнением других участников учебного коллектива и мнением авторитетных источников.

- метапредметные задачи: развитие у учащихся интереса к процессу познания, желания преодолевать трудности; развитие интеллектуальной культуры личности; развитие умения обдумывать, планировать свои действия; понимать поставленную задачу и решать её в соответствии с заданными правилами; осуществлять контроль, самоконтроль и самооценку; проявлять волевые усилия при решении нестандартных задач; проводить доказательные рассуждения, логически обосновывать выводы.

**Пояснительная записка.**

**Направленность:** данная дополнительная общеобразовательнаяпрограмма имеет естественнонаучную направленность с уклоном в физико-математический профиль;

**Актуальность** данной дополнительной образовательной программы состоит в том, что она развивает в у учащихся творческие способности, способствует мотивации к углублённому изучению методов решения нестандартных математических задач, и при этом поддерживает изучение основного курса, направлена на систематизацию, расширение и повторение знаний учащихся. Вопросы, рассматриваемые в программе, примыкают к основному курсу математики в школе. Поэтому данная программа будет способствовать совершенствованию и развитию математических знаний и умений учащихся.

**Новизна** состоит в том, что данная программа достаточно универсальна, имеет большую практическую значимость. Она доступна обучающимся. Начинать изучение программы можно с любой темы. Предлагаемая программа рассчитана на обучающихся, которые стремятся не только развивать свои навыки в применении математических преобразований, но и рассматривают математику как средство получения дополнительных знаний, необходимых для успешного выступления на олимпиадах по математике.

Основная часть.

Лекционные материалы

1. Цифры, натуральные и целые числа.

Натуральные числа – числа, возникающие естественным образом при счёте (как в смысле перечисления, так и в смысле исчисления).

Целые числа – расширение множества натуральных чисел, получаемое добавлением к нему нуля и отрицательных чисел.

Цифры – система знаков для записи конкретных значений чисел. В десятичной системе счисления всего 10 цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9.

1. Делимость. Исследование кратности.

Некоторое *n*-значное десятичное число можно в общем случае представить следующим образом:

,

где *x*0 – цифра разряда единиц (цифра нулевого разряда числа), *x*1 – цифра десятков (цифра первого разряда числа), …, *xn*– 2 – цифра разряда *n* – 2, *xn*– 1 – цифра разряда *n* – 1.

Например, трёхзначное число, цифра разряда сотен которого равняется *a*, разряда десятков – *b*, разряда единиц – *c*, можно представить как .

Заметим, что , или, то же самое для рассмотренного трёхзначного числа: .

Подобное разбиение числа позволяет существенно упростить решение некоторых задач.

*Пример.* Исходное число – двузначное. Петя написал новое двузначное число, переставив в исходном числе цифры местами. Докажите, что сумма исходного числа и написанного Петей будет кратна 11.

*Решение.* Обозначим исходное двузначное число как . Тогда Петя записал число . Рассмотрим сумму этих чисел:

.

Так как  – целое, то  – кратно 11. Следовательно,  – кратно 11. Что и требовалось доказать.

1. Делимость. Остатки.

Деление целого числа *a* на натуральное число *m* с остатком следует из представления числа *a*: *a* = *k*·*m* + *r*, 0 ≤ *r* < *m*.

Примеры задач.

*Пример 1.* Натуральное число 25·*k* делится на три. Верно ли, что *k* делится на 3.

*Решение*. Согласно основной теореме арифметики в разложение числа 25·*k* на сомножители должно входить число 3. В разложение числа 25 тройка не входит, следовательно, тройка входит в разложение числа *k*.

*Пример 2.* Докажите, что произведение трёх последовательных натуральных чисел всегда кратно 6.

*Решение.* Анализируя возможные остатки получаем два утверждения:

1) Среди трёх последовательных чисел всегда найдётся одно число, кратное 3.

2) Среди трёх последовательных чисел всегда найдётся хотя бы одно число, кратное 2.

Следовательно, произведение трёх последовательных натуральных чисел всегда будет делится на 2 и 3 без остатка – будет кратно 6. Что и требовалось доказать.

1. Принцип Дирихле.

Рассмотрим в общем виде постановку данного принципа:

*Если в n клетках сидит не меньше kn + 1 кроликов, то хотя бы в одной клетке кроликов не меньше k + 1.*

Или, аналогично:

*Если в n клетках сидит не больше kn – 1 кроликов, то хотя бы в одной клетке кроликов не больше k – 1.*

Основной проблемой при решении задач с помощью данного принципа в этом случае является определение «кроликов» и «клеток».

*Пример.* На Земле живёт примерно 7,7 млрд человек. Известно, что количество людей старше 100 лет не превосходит 1%. Докажите, что найдутся хотя бы 3 человека, родившиеся в одну и ту же секунду. Для упрощения можно считать, что в каждом году ровно 365 дней.

*Решение.* Из условия задачи следует, что количество долгожителей не превосходит 770 млн., следовательно, количество людей, которым сейчас не больше 100 лет не меньше 7700 – 770 = 6930 млн человек. Или 6,93 млрд.

Применим принцип Дирихле. Все секунды за последние 100 лет – «клетки», жители, чей возраст не превосходит 100 лет – «кролики». Тогда количество клеток равняется 60·60·24·365·100 = 3153600000. Так как, 6930000000 > 2·3153600000 + 1, то по принципу Дирихле найдётся такая секунда, в которую родились не менее 3 человек. Что и требовалось доказать.

*Примечание*. Данный принцип является частным случаем метода доказательства от противного – любая задача, решаемая с помощью принципа Дирихле, решается и с помощью метода доказательства от противного.

1. Треугольники: кратко об основных свойствах и видах.

*Свойства треугольников:*

1. Сумма углов треугольника равняется 180о.

2. Длина произвольной стороны треугольника всегда меньше суммы длин других сторон треугольника.

*Некоторые виды:*

1. Правильный треугольник. Длины сторон такого треугольника равны. Все его углы равняются 60о.

2. Равнобедренный треугольник. Длины двух сторон такого треугольника равны. Стороны с равными длинами называются боковыми, третья сторона – основанием равнобедренного треугольника. Углы, прилежащие к основанию, равны.

3. Прямоугольный треугольник. Один из углов прямоугольного треугольника равен 90о.

1. Основы комбинаторики.

Комбинаторикой называется область математики, в которой изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций с заданным условием можно составить из заданных объектов. Большинство задач решается с помощью двух основных правил:

*Правило произведения.* Если объект А можно выбрать *n* способами, а объект Б можно выбрать *m* способами, то выбор пары объектов А, Б в указанном порядке можно осуществить *m*·*n* способами.

Пример. В классе 10 мальчиков и 9 девочек. Сколькими способами можно выбрать одного мальчика и одну девочку?

Решение. Одного мальчика можно выбрать 10 способами, а одну девочку – 9. По правилу произведения выбор одного мальчика и одной девочки осуществим 10·9 = 90 способами.

*Правило суммы*. Если объект А можно выбрать *n* способами, а объект Б можно выбрать *m* способами, выбор объекта А не влечёт получение объекта Б, а выбор объекта Б не влечёт получение объекта А, то выбор «либо А, либо Б» можно осуществить *n* + *m* способами.

Контрольная работа №2

**Задача 1.** Можно ли из десяти отрезков составить правильный треугольник, если длина первого отрезка равна 1 см, второго – 2 см, третьего – 3 см, и т.д., десятого – 10 см? Из отрезков составляются стороны правильного треугольника, делить или «сгибать» отрезки нельзя.

**Задача 2.** После проверки 100 олимпиадных работ оказалось, что средний балл по одному из заданий равен 5,81. Каждый участник за это задание мог получить целое число баллов от 0 до 7, причём нашлись учащиеся, получившие за него 0, 1, 2, 3, 4 балла. Докажите, что хотя бы один из участников получил 7 баллов за это задание.

**Задача 3.** Даны три целых числа: *x*, *y*, *z*. Известно, что *y* + 2*z* – чётное число, а *x* + 2*y* + 3*z* делится на 3 без остатка. Всегда ли в этом случае число 2*x* + *y* кратно шести?

**Задача 4.** На плоскости отмечено 7 точек так, что никакие 3 из них не лежат на одной прямой. Сколькими способами можно построить отрезки (один или несколько) начинающие и оканчивающиеся на этих точках, если ни одна из отмеченных точек не является началом и/или концом сразу для двух отрезков?

**Задача 5.** Маша выписала несколько чисел, количество цифр в которых одинаково – чётно. Оказалось, что сумма цифр из разряда единиц всех этих чисел точно такая же, как и сумма всех цифр в любом другом разряде данных чисел. Влад считает, что сумма всех выписанных Машей чисел обязательно будет кратна 11. Прав ли Влад?

Список литературы.

а) Основная литература:

1. Богомолова О.Б. Логические задачи. – М.: «БИНОМ. Лаборатория знаний», 2013. – 277 с.

2. Виленкин Н.Я. Комбинаторика. – М.: Издательство «Наука», 1969. – 328 с.

3. Виноградов И.М. Основы теории чисел. – М.: Гостехиздат, 1952. – 180 с.

4. Галкин Е.В. Нестандартные задачи по математике. Задачи с целыми числами: учебное пособие для учащихся 7–11 классов. – Челябинск: «Взгляд», 2005. – 271 с.

5. Гордин Р.К. Это должен знать каждый матшкольник. – М.: МЦНМО, 2003. – 56 с.

6. Канель-Белов А.Я., Ковальджи А.К. Как решают нестандартные задачи. – М.: Издательство МЦНМО, 2008. – 96 с.

7. Летчиков А.В. Принцип Дирихле. Задачи с указаниями и решениями. – Ижевск: Издательство Удмуртского университета, 1992. – 108 с.

8. Медников Л.Э. Чётность. – М.: МЦНМО, 2009. – 60 с.

9. Мерзон Г.А., Ященко И.В. Длина, площадь, объём. – М.: МЦНМО, 2011. – 48 с.

б) Дополнительная литература:

10. Виленкин Н.Я. Рассказы о множествах. – М.: МЦНМО, 2005. – 150 с.

11. Галкин Е.В. Нестандартные задачи по математике. Алгебра: учебное по-собие для учащихся 7–11 классов. – Челябинск: «Взгляд», 2004. – 448 с.

12. Гарднер М. Математические новеллы. – М.: Мир, 1974. – 456 с.

13. Гарднер М. Математические чудеса и тайны. – М.: Мир, 1978. – 128 с.

14. Гарднер М. Нескучная математика. Калейдоскоп головоломок. – М.: АСТ: Астрель, 2008. – 288 с.

15. Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В. Ленинградские математические кружки: пособие для внеклассной работы. – Киров: Издательство «АСА», 1994. – 272 с.

16. Горбачёв Н.В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: Издательство МЦНМО, 2004. – 559 с.

17. Екимова М.А., Кукин Г.П. Задачи на разрезание. – М.: МЦНМО, 2002. – 120 с.

18. Кноп К.А. Взвешивания и алгоритмы: от головоломок к задачам. – М.: МЦНМО, 2011. – 104 с.

19. Лоповок Л.М. Математика на досуге: книга для учащихся среднего школьного возраста. – М.: Просвещение, 1981. – 158 с.

20. Морозова Е.А., Петраков И.С., Скворцов В.А. Международные математические олимпиады. – М.: Просвещение, 1976. – 288 с.

21. Ожигова Е.П. Что такое теория чисел. – М.: Издательство «Знание», 1970. – 97 с.

22. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. – М.: Издательство Наука, 1975. – 465 с.

23. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии: учебное пособие. – М.: МЦНМО, 2006. – 640 с.

24. Сергеев И.Н. Зарубежные математические олимпиады. – М.: Наука, 1987. – 416 с.

25. Спивак А.В. Математический кружок. 6–7 классы. – М.: Посев, 2003. – 128 с.

26. Штейнгауз Г. Сто задач. – М.: Издательство «Наука», 1976. – 168 с.

27. Штейнгауз Г. Математический калейдоскоп. – М.: Издательство «Наука», 1981. – 160 с.