Министерство образования, науки и молодёжной политики

Краснодарского края

Государственное бюджетное учреждение

дополнительного образования

Краснодарского края «Центр развития одарённости»

**Методические рекомендации к выполнению контрольной работы**

**№ 2 по математике для учащихся 6 класса заочных курсов «Юниор» очно-заочного обучения (с применением дистанционного образовательных технологий и электронного обучения)**

Составитель:

Кузнецов Егор Александрович,

преподаватель кафедры

информационных образовательных технологий

Кубанского государственного университета

г. Краснодар

2019

**Аннотация.**

Данная методическая разработка является сборником контрольных работ и методических рекомендаций по их проведению для реализации дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы «Курс математики для начинающего олимпиадника (6 класс)». Сборник направлен на развитие интеллектуальных умений учащихся на основе формирования у ребенка умений управлять процессами творчества: фантазированием, пониманием закономерностей, решением сложных проблемных ситуаций.

**Пояснительная записка.**

Программа «Курс математики для начинающего олимпиадника (6 класс)» разработана в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом основного общего образования (приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 декабря 2010 года, №1897, с изменениями), федеральным государственным образовательным стандартом среднего общего образования (приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 мая 2012 года, № 413 с изменениями), методическими рекомендациями по проектированию дополнительных общеразвивающих программ (письмо Минобрнауки РФ от 18.11.2015 № 09-32-42).

***Введение.***

**Актуальность**

Проблема работы с одаренными учащимися чрезвычайно актуальна длясовременного российского общества. К школе предъявляются сегодня высокие требования. Именно поэтому так важно определить основные задачи и направления работы с одаренными детьми в системе дополнительного образования.

Одаренность — это системное, развивающееся в течение жизни качество психики, которое определяет возможность достижения человеком более высоких (необычных, незаурядных) результатов в одном или нескольких видах деятельности по сравнению с другими людьми.

Никакого особого «рецепта» по работе с одаренными детьми нет. По своей природной сути большинство детей талантливы. Беда в том, что не все из них об этом знают. Проблема «нераскрытости» детей заключается в том, что воспитание в семье не всегда помогает раскрыться личности ребенка, а система образовательного процесса в школе не позволяет «рассмотреть» особенности каждого ребенка. Учебный процесс в общеобразовательной школе предполагает, что ребенок должен соответствовать стандарту тех требований, которые к нему предъявляются. Таким образом, многогранность

и сложность явления одаренности определяет целесообразность существования разнообразных направлений, форм и методов работы с одаренными детьми.

Актуальность методической разработки определяется потребностью со стороны одарённых школьников на программы изучения математики, учебно-методические условия для реализации которых имеются на базе факультета математики и компьютерных наук КубГУ.

**Новизна:**

Характерной особенностью программы «Курс математики для начинающего олимпиадника (6 класс)» является интеграция основного и дополнительного образования. Новизна дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы состоит в том, что талантливые обучающиеся вовлекаются в учебную деятельность, основываясь не на традиционных школьных учебных методах работы, а на методах классического университетского образования, более соответствующего запросам учеников. Также содержание программы позволяет не только углубить интеллектуальные познания учеников, но и расширить и дополнить процесс их гражданского воспитания. При этом приоритет программы отдается развитию у учащихся знаний и навыков, позволяющих успешно выступать на муниципальном, региональном и заключительном этапах Всероссийской олимпиады школьников по математике.

**Цель:**

Целью данной методической разработки является обеспечение подготовки школьников к участию в олимпиадном движении по предмету Математика и углубленное изучение курса математики.

***Основная часть***

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО МАТЕМАТИКЕ**

***Базовые идеи и методы решения задач****.*

Данная тема призвана познакомить учащихся с общими принципами и методами решения математических задач: рассмотрение частных случаев, разбиение на подзадачи, обобщение задачи, сведение задачи к более простой, изменение формулировки условия и т. д.

**Поиск родственных задач**

Если задача трудна, то попытайтесь найти и решить более простую «родственную» задачу. Это часто даёт ключ к решению исходной. Помогают следующие соображения:

• рассмотреть частный (более простой) случай, а затем обобщить идею решения;

• разбить задачу на подзадачи;

• обобщить задачу (например, заменить конкретное число переменной);

• свести задачу к более простой.

**Задачи для самостоятельной работы:**

1. В угловой клетке таблицы 5×5 стоит плюс, а в остальных клетках стоят минусы. Разрешается в любой строке или любом столбце поменять все знаки на противоположные. Можно ли за несколько таких операций сделать все знаки плюсами?
2. Легко распилить кубик 3 × 3 × 3 на 27 кубиков шестью распилами. Можно ли уменьшить число распилов, если разрешается перекладывать части перед тем как их пилить?

**Доказательство от противного**

Рассуждают примерно так: «Допустим, исходное утверждение неверно. Если из этого получим противоречие, то исходное утверждение верно».

**Пример 1.** Докажите, что простых чисел бесконечно много.

*Решение.* Предположим противное, пусть *p1 , p2 , ..., pn* - все простые числа. Рассмотрим число N = *p1 p2 …pn* +1. Оно не делится ни на одно из чисел *p1 , p2 , ..., pn*, иными словами, ни на одно простое число. Получаем противоречие с тем, что любое число имеет хотя бы один простой делитель.

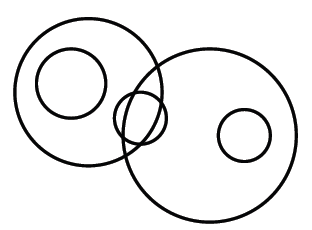
**Пример 2.** Пять мальчиков нашли девять грибов. Докажите, что хотя бы двое из них нашли грибов поровну.

*Решение.* Допустим, что мальчики нашли разное количество грибов. Расставим их по возрастанию числа найденных грибов. Первый собрал не меньше нуля, второй - не меньше одного, третий - не меньше двух, четвёртый не меньше трёх, пятый - не меньше четырёх. Всего - не меньше десяти. Противоречие.

**Задачи для самостоятельной работы:**

1. Юра, Лёша и Миша коллекционируют марки. Количество Юриных марок, которых нет у Лёши, меньше, чем количество марок, которые есть и у Юры, и у Лёши. Точно так же, число Лёшиных марок, которых нет у Миши, меньше, чем число марок, которые есть и у Лёши и у Миши. А число Мишиных марок, которых нет у Юры, меньше, чем число марок, которые есть и у Юры и у Миши. Докажите, что какая-то марка есть у каждого из трех мальчиков.
2. Лесник считал сосны в лесу. Он обошёл 5 кругов, изображённых на рисунке, и внутри каждого круга насчитал ровно 3 сосны.

Может ли быть, что лесник ни разу не ошибся?



1. Можно ли разложить 44 шарика на 9 кучек так, чтобы количество шариков в разных кучках было различным?
2. Можно ли в прямоугольной таблице 5×10 так расставить числа, чтобы сумма чисел каждой строки равнялась бы 30, а сумма чисел каждого столбца равнялась бы 10?

**Рекомендуемые материалы для закрепления раздела:**

*Канель-Белов А.Я., Ковальджи А.К. Как решают нестандартные задачи / Под ред. В.О.Бугаенко.– 4-е изд., стереотип. – М.: МЦНМО, 2008. – 96 c.*

***Четность.***

Многие задачи легко решаются, если заметить, что некоторая величина имеет определённую чётность. Из этого следует, что ситуации, в которых эта величина имеет другую чётность, невозможны. Иногда эту величину (функцию) надо сконструировать, например, рассмотреть чётность суммы или произведения, разбить объекты на пары, заметить чередование состояний, раскрасить объекты в два цвета. Чётность в играх – это возможность сохранить чётность некоторой величины при своем ходе.

**Пример 1.** Кузнечик прыгал вдоль прямой и вернулся в исходную точку (длина прыжка 1 м). Докажите, что он сделал чётное число прыжков.

*Решение.* Поскольку кузнечик вернулся в исходную точку, количество прыжков вправо равно количеству прыжков влево, поэтому общее количество прыжков чётно.

**Пример 2.** Существует ли замкнутая 7-звенная ломаная, которая пересекает каждое свое звено ровно один раз?

*Решение.* Допустим, что существует. Тогда пересекающиеся звенья образуют пары. Следовательно, количество звеньев должно быть чётным. Противоречие.

**Пример 3.** У марсиан бывает произвольное число рук. Однажды все марсиане взялись за руки так, что свободных рук не осталось. Докажите, что число марсиан, у которых нечётное число рук, чётно.

*Решение.* Назовём марсиан с чётным числом рук чётными, а с нечётным — нечётными. Поскольку руки образуют пары, то общее число рук чётно. Общее число рук у чётных марсиан чётно, поэтому общее число рук у нечётных марсиан тоже чётно. Следовательно, число нечётных марсиан чётно.

**Задачи для самостоятельной работы:**

1 . Можно ли разменять 25 рублей десятью купюрами достоинством 1, 3 и 5 рублей ?

2. Девять шестеренок зацеплены по кругу: первая со второй, вторая с третьей и т. д. , девятая с первой. Могут ли они вращаться? А если шестеренок n?

3. В ряд стоят 100 фишек. Разрешается менять местами любые две фишки, стоящие через одну. Можно ли таким способом переставить фишки в обратном порядке?

4. Даны 6 чисел: 1 , 2, 3, 4, 5, 6. Разрешается к любым двум из них прибавлять 1. Можно ли все числа сделать равными?

5. Все кости домино выложили в цепочку по правила игры. На одном конце оказалась пятёрка. Что может оказаться на другом конце?

6. Может ли прямая, не проходящая через вершины 11-угольника, пересекать все его стороны?

7. На столе стоят 7 перевёрнутых стаканов. Разрешается одновременно переворачивать любые два стакана. Можно ли добиться того, чтобы все стаканы стояли правильно?

8. В языке дикарей хотийцев всего два звука: «ы» и «у». Два слова означают одно и то же, если одно получается из другого при помощи некоторого числа следующих операций: пропуска идущих подряд звуков «ыу» или «ууыы» и добавления в любом месте звуков «уы» . Означают ли одно и то же слова «уыу» и «ыуы» ?

9. На доске написаны числа 1 , 2, . . . , 101 . Разрешается стереть любые два числа и написать их разность. Повторив эту операцию 100 раз, мы получим одно число. Докажите, что это число не может быть нулем.

10. Улитка ползёт по плоскости с постоянной скоростью и каждые 15 минут поворачивает на 90◦. Докажите, что она может вернуться в исходную точку только через целое число часов.

11 . В трёх вершинах квадрата сидели кузнечики. Они стали играть в чехарду: один из кузнечиков прыгает в точку, симметричную относительно другого. Сможет ли хоть один кузнечик попасть в четвёртую вершину квадрата?

**Рекомендуемые материалы для закрепления раздела:**

*Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В. Ленинградские математические кружки*

*Горбачёв Н.В. Сборник олимпиадных задач по математике*

***Анализ с конца.***

Задачи данного раздела подразумевают поиск значений неизвестных величин по известным операциям и результату.

**Задачи для самостоятельной работы:**

1. Один Бездельник захотел получить денег и заключил сделку с Чёртом. Теперь каждый раз, когда Бездельник переходит мост через речку, количество имеющихся у него денег удваивается. Но за это он отдаёт Чёрту каждый раз по 24 копейки. Сколько денег было у Бездельника, если он прошёл по мосту 3 раза и деньги у него закончились?

2. Над озерами летели гуси. На каждом садилась половина гусей и еще полгуся, остальные летели дальше. Все гуси сели на семи озерах. Сколько было гусей?

3. Три мальчика делили 120 фантиков. Сначала Петя дал Ване и Толе столько фантиков, сколько у них было. Затем Ваня дал Толе и Пете столько, сколько у них стало. И наконец, Толя дал Пете и Ване столько, сколько у них к тому моменту имелось. В результате всем досталось поровну. Сколько фантиков было у каждого в начале?

4. Решите уравнение: 2018 = 2 + 9 : (2 - 3: (2 - 2: (4 - 1: x))).

5. Из числа вычли сумму его цифр. Из полученного числа вновь вычли сумму его (полученного числа) цифр, и так делали снова и снова. После одиннадцати таких вычитаний впервые получился нуль. С какого числа начали?

**Рекомендуемые материалы для закрепления раздела:**

*Спивак А. В. Математический кружок. 6-7 классы.*

*Универсальная методическая разработка по решению нестандартных задач для элективных курсов в средних общеобразовательных организациях // Сост. Д. А. Коробицын, Г. К. Жуков. — М.: МГУ, 2015.*

***Делимость.***

Большинство нестандартных задач для средних классов сводится к основной теореме арифметики – любое число можно разложить на простые сомножители, причём единственным образом. В рамках данного раздела также рассматриваются признаки делимости, остатки, сравнения по модулю.

**Задачи для самостоятельной работы:**

1. Разложите на простые множители числа 111, 1111, 11111, 111111, 1111111.
2. Как вы думаете, среди четырёх последовательных натуральных чисел будет ли хотя бы одно делиться а) на 2? б) на 3? в) на 4? г) на 5?
3. Расставьте по кругу четыре единицы, три двойки и три тройки так, чтобы сумма любых трёх подряд стоящих чисел не делилась на 3.
4. Из утверждений "число a делится на 2", "число a делится на 4", "число a делится на 12" и "число a делится на 24" три верных, а одно неверное. Какое?
5. Существует ли натуральное число, кратное 2007, сумма цифр которого равна 2007?

**Рекомендуемые материалы для закрепления раздела:**

*Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В. Ленинградские математические кружки*

*Горбачёв Н.В. Сборник олимпиадных задач по математике*

*Канель-Белов А.Я., Ковальджи А.К. Как решают нестандартные задачи*

***Пары и чередования.***

Задачи данного типа ориентированы на выявление свойств и закономерностей объектов и отношений, связанных с чередованием.

**Задачи для самостоятельной работы:**

1. Барон Мюнхаузен, вернувшись из кругосветного путешествия, рассказывает, что по пути он пересёк границу Трапезундии ровно 7 раз. Стоит ли доверять его словам?
2. В джунглях во время кругосветного путешествия на Мюнхаузена напали пантеры. Когда он проскочил мимо двух из них, они бросились на него, промахнулись и загрызли друг друга. Мюнхаузен повторял этот манёвр ещё раз и ещё, до тех пор, пока все они не загрызли друг друга. По словам Мюнхаузена всего было 97 пантер. Правда ли это?
3. Кузнечик прыгает по прямой — каждый раз на 1 метр влево или вправо. Через некоторое время он оказался в исходной точке. Докажите, что он сделал чётное число прыжков.
4. Из комплекта домино выбросили все кости с «пустышками». Можно ли оставшиеся кости по правилам выложить в ряд?
5. За круглым столом сидят мальчики и девочки. Докажите, что количество пар соседей мальчик–девочка и девочка–мальчик чётно.
6. Улитка ползёт по плоскости с постоянной скороостью, поворачивая на 90° каждые 30 минут. Докажите, что она может вернуться в исходную точку только: а) через целое число часов; б) через чётное число часов.
7. На шахматной доске стоят 8 ладей, из которых никакие две не бьют друг друга. Докажите, что число ладей стоящих на чёрных полях чётно.
8. К 17-значному числу прибавили число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Докажите, что хотя бы одна цифра полученной суммы чётна.

**Рекомендуемые материалы для закрепления раздела:**

*Универсальная методическая разработка по решению нестандартных задач для элективных курсов в средних общеобразовательных организациях // Сост. Д. А. Коробицын, Г. К. Жуков. — М.: МГУ, 2015.*

*Спивак А. В. Математический кружок. 6-7 классы.*

***Логические задачи.***

Задачи данного типа можно разделить на два подраздела: сюжетные логические задачи и задачи на истинные и ложные логические высказывания. Задачи первого подраздела содержат набор утверждений, по которым требуется полностью восстановить описываемое в условиях явление / ситуацию / процесс. Задачи из второго подраздела также содержат набор утверждений, истинность или ложность которых и предлагается установить.

**Задачи для самостоятельной работы:**

1. Заполните пропуск, чтобы получилось истинное предложение (последнее слово, возможно, придется поменять, чтобы фраза правильно звучала по-русски): «В ЭТОЙ ФРАЗЕ … БУКВ». Решите эту задачу хотя бы тремя способами.

2. 5 мальчиков поймали вместе 14 лягушек. Обязательно ли какие-то два мальчика поймали поровну лягушек?

3. Пусть *x* — некоторое натуральное число. Среди утверждений «2*x* больше 70»; «*x* меньше 100»; «3*x* больше 25»; «*x* не меньше 10»; «*x* больше 5» три верных и два неверных. Чему равно *x*?

4. У Вас есть две баночки с пилюлями, маркированные «А» и «В». В день Вам нужно съесть по одной пилюле из каждой баночки, если же Вы съедите больше или меньше одной пилюли из какой-либо баночки, то умрете. Однажды Вы взяли одну пилюлю из баночки «А», а когда стали вытряхивать пилюлю из банки «В», случайно выпало две пилюли. Теперь у Вас на руке лежат три пилюли совершенно неразличимые по внешнему виду. Как с наименьшими потерями выйти из этой ситуации?

5. Илье Муромцу, Добрыне Никитичу и Алёше Поповичу за верную службу дали 6 монет: 3 золотых и 3 серебряных. Каждому досталось по две монеты. Илья Муромец не знает, какие монеты достались Добрыне, а какие Алёше, но знает, какие монеты достались ему самому. Придумайте вопрос, на который Илья Муромец ответит «да», «нет» или «не знаю», и по ответу на который Вы сможете понять, какие монеты ему достались.

6. Расставьте по кругу 6 различных чисел так, чтобы каждое из них равнялось произведению двух соседних.

7. Артели косцов предстояло скосить два луга, из которых один вдвое больше другого. Полдня артель косила большой луг, а на вторую половину дня разделилась пополам. Одна половина осталась докашивать большой луг, а другая принялась за малый. К вечеру большой луг скосили, а от малого остался участок, который был скошен за другой день одним косцом. Сколько косцов в артели?

8. В ожесточённой драке более 70% хулиганов повредило глаз, более 75% повредило ухо, более 80% повредило руку, более 85% повредило ногу. Каким самым маленьким может быть количество драчунов, повредивших всё?

**Рекомендуемые материалы для закрепления раздела:**

*Богомолова О.Б. Логические задачи*

*Горбачёв Н.В. Сборник олимпиадных задач по математике*

***Принцип крайнего.***

Особые, крайние объекты часто служат «краеугольным камнем» решения. Так, например, рассматривают наибольшее число, ближайшую точку, угловую точку, вырожденную окружность, предельный случай. В задачах на метод крайнего работает метод минимального контрпримера: допустим, утверждение задачи неверно. Тогда существует минимальный в некотором смысле контрпример. И если окажется, что его можно ещё уменьшить, то получится искомое противоречие.

**Задачи для самостоятельной работы:**

1. Дано 2019 чисел. Сумма любых 5 из них положительна. Докажите, что сумма всех чисел тоже положительна.
2. Среди учащихся Малого Матфака прошли соревнования по перетягиванию каната, в результате которого все оказались занесены в список по убыванию силы. Было решено проверить, смогут ли любые трое перетянуть любых двоих. За какое наименьшее число перетягиваний он может это установить?
3. Сколькими способами можно расставить в ряд числа от 1 до 100 так, чтобы соседние числа отличались не более, чем на 1?
4. На шахматной доске стоит несколько ладей. Докажите, что по крайней мере одна из них бьёт не более двух других.
5. Несколько гангстеров сидят за круглым столом и делят награбленное, причём доля каждого составляет ровно половину от суммы долей его соседей справа и слева. Докажите, что всем денег достанется поровну.
6. У Пети всего 28 одноклассников. У каждых двух из этих 28 различное число друзей в этом классе. Сколько друзей у Пети?
7. Ночью на городской площади собралось 2019 гангстеров. Они не смогли мирно договориться, и каждый из них выстрелил в ближайшего к нему гангстера. Все они выстрелили одновременно, все попарные расстояния между гангстерами различны. Докажите, что не все гангстеры будут убиты.
8. Доказать, что шахматную доску 4х4 клетки нельзя обойти ходом шахматного коня, побывав на каждом поле по одному разу и последним ходом вернувшись на исходную клетку.
9. 200 солдат выстроены прямоугольником по 10 человек в каждом поперечном ряду и по 20 человек в каждом продольном ряду. В каждом продольном ряду выбран самый высокий солдат, а затем из отобранных 10 человек выбран самый низкий. С другой стороны, в каждом поперечном ряду выбран самый низкий солдат, а затем среди отобранных 20 выбран самый высокий. Кто из двоих окажется выше?
10. На предвыборном собрании выступали кандидаты в депутаты. Через какое-то время первый кандидат сказал: «До этого момента здесь прозвучало ровно одно неверное утверждение». «А теперь два», - сказал второй. «А теперь три», - произнес третий и так далее. Наконец, 12-й сказал, что прозвучало ровно 12 неверных утверждений. Сколько раз соврали за время собрания, если известно, что по крайней мере одно из этих высказываний правдиво?
11. 7 грибников собрали вместе 59 грибов, причем никакие двое не собрали поровну. Докажите, что какие-то три грибника собрали вместе не менее 33 грибов.
12. На тарелке лежат 9 разных кусочков сыра. Всегда ли можно разрезать один из них на две части так, чтобы полученные 10 кусочков делились бы на две порции равной массы по 5 кусочков в каждой?
13. а) Можно ли натуральные числа от 1 до 99 выписать в строчку так, чтобы модуль разности любых двух соседних чисел была не меньше 50?

б) При каком наименьшем n числа от 1 до n можно выписать в строчку так, чтобы модуль разности любых двух соседних чисел была не меньше 50?

14. По окружности записаны 30 чисел. Каждое из этих чисел равно модулю разности двух чисел, стоящих после него по часовой стрелке. Сумма всех чисел равна 1. Найти эти числа.

15. Назовём автобусный билет (c шестизначным номером) счастливым, если сумма цифр его номера делится на 7. Могут ли два билета подряд быть счастливыми?

16. В одну из голов стоглавого дракона пришла мысль расположить свои головы так, чтобы каждая находилась между двумя другими. Сможет ли он это сделать? (Головы дракона можно считать точками в пространстве.)

17. На столе лежат одинаковые монеты без наложений. Докажите, что найдётся монета, которая касается не более трёх других.

18. На столе лежат произвольные монеты без наложений. Докажите, что найдётся монета, которая касается не более пяти других.

19. На столе лежат монеты без наложений. Докажите, что одну из них можно передвинуть по столу к его краю, не сдвинув других монет.

20. На полях шахматной доски расставлены целые числа, причём никакое число не встречается дважды. Докажите, что есть пара соседних (имеющих общую сторону) клеток, числа в которых отличаются не меньше, чем на 5.

**Рекомендуемые материалы для закрепления раздела:**

*Канель-Белов А.Я., Ковальджи А.К. Как решают нестандартные задачи / Под ред. В.О.Бугаенко.– 4-е изд., стереотип. – М.: МЦНМО, 2008. – 96 c.*

*Спивак А. В. Математический кружок. 6-7 классы.*

***Площадь.***

Задачи данного раздела посвящены, вопросам вычисления площадей различных фигур.

**Задачи для самостоятельной работы:**

1. а) Вспомните, как найти площадь прямоугольника, зная длины его сторон.

б) Как найти площадь прямоугольного треугольника, зная длины двух его сторон, прилегающих к прямому углу?

1. Каждая сторона треугольника больше 1000. Может ли его площадь быть меньше 1? (Треугольник может быть любым — необязательно прямоугольным.)
2. Нарисуйте на клетчатой бумаге два многоугольника с одинаковыми периметром и площадью, но неравные между собой.
3. Прямоугольную шоколадку разломали на 4 прямоугольных кусочка. Первый кусочек состоит из 8 квадратных долек, второй — из 12, третий — из 18. Сколько квадратных долек в четвёртом кусочке, если известно, что количество долек в нём отличается от количества долек в остальных кусочках?

**Рекомендуемые материалы для закрепления раздела:**

*Спивак А. В. Математический кружок. 6-7 классы.*

*Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В. Ленинградские математические кружки*

**ЗАДАНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ №2**

**Задача 1.**

В джунглях во время кругосветного путешествия на Мюнхаузена напали пантеры. Когда он проскочил мимо двух из них, они бросились на него, промахнулись и загрызли друг друга. Мюнхаузен повторял этот манёвр ещё раз и ещё, до тех пор, пока все они не загрызли друг друга. По словам Мюнхаузена всего было 97 пантер. Правда ли это?

**Задача 2.**

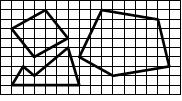
В комнате 12 человек; некоторые из них честные, то есть всегда говорят правду, остальные всегда лгут. "Здесь нет ни одного честного человека", - сказал первый. "Здесь не более одного честного человека", - сказал второй. Третий сказал, что честных не более двух, четвёртый - что не более трёх, и так далее до двенадцатого, который сказал, что честных людей не более одиннадцати. Сколько честных людей в комнате на самом деле?

**Задача 3.**

В космическом пространстве летают 2019 астероидов, на каждом из которых сидит астроном. Все расстояния между астероидами различны. Каждый астроном наблюдает за ближайшим астероидом. Докажите, что за одним из астероидов никто не наблюдает.

**Задача 4.**

Найдите площади многоугольников, изображенных на рисунке (сторона клетки равна 1).



**Задача 5.**

На шахматной доске стоят 8 ладей, из которых никакие две не бьют друг друга. Докажите, что число ладей стоящих на чёрных полях чётно.

**Критерии оценивания.**

**Задача 1.**

Правильное решение – 5 баллов.

**Задача 2.**

Правильное решение – 5 баллов, только ответ – 1 балл.

**Задача 3.**

Правильное решение – 5 баллов.

**Задача 4.**

Правильное решение – 5 баллов.

**Задача 5.**

Правильное решение – 5 баллов.