Министерство образования, науки и молодёжной политики

Краснодарского края

Государственное бюджетное учреждение

дополнительного образования

Краснодарского края «Центр развития одарённости»

**Методические рекомендации к выполнению контрольной работы № 1 по математике для учащихся 5 класса заочных курсов «Юниор» очно-заочного обучения (с применением дистанционного образовательных технологий и электронного обучения)**

Составитель:

Невечеря Артем Павлович,

преподаватель ФГБОУ ВО «КубГУ»

Краснодар

2019

**Основная часть.**

***Лекционные материалы***

***Тема 1: Разрезание фигур.***

Задачи на разрезание фигур направлены на развитие геометрического мышления. Данная тема является некоторым «вводным курсом» в комбинаторику для младших классов.

В стандартных задачах данного типа по умолчанию предполагается, что разрезание производится по сторонам клеток, из которых составлены фигуры. Как правило, одну фигуру необходимо разбить на несколько (а) одинаковых или (б) совпадающих по размеру частей. В первом случае (а) фигуры должны совпадать с точностью до поворота и отражения. Во втором случае (б) достаточно, чтобы каждая получившаяся часть содержала одинаковое количества клеточек. В целях упрощения решения задач данного типа в рассмотренных выше случаях можно воспользоваться следующим фактом: *отношение количества клеток в разрезаемой фигуре к количеству частей – равняется количеству клеток в каждой части*.

*Пример.* Разрежьте фигуру на рисунке а.1 на три одинаковых фигуры:



*Рисунок* а.1.

*Решение*. Заметим, что фигура состоит из 15 клеток. Необходимо разделить её на 3 части, следовательно, в каждой части будет 15/3 = 5 клеток. Используя этот факт и воображение (геометрическое мышление) получаем (рисунок а.2):



*Рисунок* а.2.

Красная, зелёная и синяя фигура совпадают с точностью до поворота и отражения – эти фигуры одинаковы. Задача решена.

***Тема 2: Задачи на логику.***

Задачи данного типа можно разделить на два подраздела: сюжетные логические задачи и задачи на истинные и ложные логические высказывания. Задачи первого подраздела содержат набор утверждений, по которым требуется полностью восстановить описываемое в условиях явление / ситуацию / процесс. Задачи из второго подраздела также содержат набор утверждений (логических высказываний), истинность или ложность которых и предлагается установить учащемуся.

Основные сведения о логических высказываниях.

В широком смысле логическое высказывание – это суждение – мысль об утверждении или отрицании наличия некоторой ситуации в окружающем мире.

*Высказывания могут быть как истинными, так и ложными*. Примеры логических высказываний: сумма двух положительных чисел положительна; 9 больше 8; сосна – это не дерево; Париж расположен в Антарктиде.

Следует отметить, что при установлении истинности и ложности высказывания проверяется только то суждение, которое содержится в высказывании. Например, возьмём такое высказывание: в субботу и в воскресенье слоны летать не умеют. Это высказывание не делает никаких предположений о способностях слонов в остальные дни недели, а так как слоны действительно не умеют летать (по субботам и воскресеньям в том числе), то оно является истинным.

Пусть А и Б – условные обозначения некоторых двух *произвольных* высказываний. Определим следующие логические операции над ними:

1) *Логическое «И» – конъюнкция.*

А *И* Б – истинно тогда и только тогда, когда оба утверждения (А и Б) истинны.

Примеры.

Истинное высказывание: Москва – столица России *И* три меньше семи.

Ложное высказывание: Кошка – животное *И* акула – птица.

*2) Логическое «ИЛИ» – дизъюнкция.*

А *ИЛИ* Б – истинно тогда и только тогда, когда хотя бы одно их этих утверждений истинно.

Примеры.

Истинное высказывание: Кошка – животное *ИЛИ* акула – птица.

Ложное высказывание: три больше семи *ИЛИ* сосна – лиственное дерево.

*3) Логическое следование – импликация.*

Можно обозначать с помощью конструкции *ЕСЛИ* А *ТО* Б. Здесь А – посылка, Б – следствие. Импликация ложна тогда и только тогда, когда, посылка истина, а следствие ложно. Важно – *из истинности логического следования не следует, что между объектами в высказываниях А и Б есть хоть какая-то хронологическая или причинно-следственная связь*. Высказывания в импликации могут описывать совершенно не взаимосвязанные явления.

Также важно понимать, если импликация истинна, то импликация, в которой посылка и следствие будут поменяны местами, не обязана быть истинной.

*4) Логическое «НЕ» – отрицание.*

*НЕ* А – истинно тогда только тогда, когда А – ложно.

*5) Логическая эквивалентность.*

Высказывание А *эквивалентно* Б – истинно тогда и только тогда, когда оба высказывания имеют одинаковую истинность (одновременно ложны или одновременно истинны).

***Тема 3: Принцип доказательства утверждений от противного.***

При решении задач на доказательство некоторого утверждения А можно воспользоваться методом доказательства противного. Данный метод условно поделён на 3 этапа:

1) Устанавливаем доказываемое утверждение А.

2) Считаем, что доказываемое утверждение А неверно – истинным является утверждение *НЕ* А.

3) Анализируем утверждение *НЕ* А – необходимо получить противоречие, чтобы перейти к заключительному шагу. Если противоречие получено, утверждение *НЕ* А – ложно, следовательно, доказана истинность исходного утверждения А.

*Пример*. Докажите, что если разместить 7 кроликов в 3-х клетках, то хотя бы в одной клетке будет больше двух кроликов.

*Решение*. Решаем поэтапно.

1) Доказываемым утверждением А здесь является высказывание «*хотя бы в одной клетке будет больше двух кроликов*».

2) Предположим, что исходное утверждение ложно. Следовательно, истинным будет утверждение «ни в одной клетке не будет больше двух кроликов».

3) Мы разместили всех кроликов по 3 клеткам, а в каждой клетке максимум два кролика. Следовательно, максимальное количество кроликов в клетках – 3·2 = 6. Итак, изначально мы размещали семерых кроликов, но если выдвинутое в пункте 2 утверждение истинно, то кроликов в клетке не может быть больше 6-и. Получаем противоречие! Следовательно, высказывание «ни в одной клетке не будет больше двух кроликов» – ложно. Следовательно, высказывание «*хотя бы в одной клетке будет больше двух кроликов*» – истинно. Что и требовалось доказать.

***Тема 4: Чётность.***

Доказательства типичных задач (для младших классов) на свойства чётности, сводятся к следующим трём утверждениям:

а) Сумма чётного числа всех чётных или всех нечётных слагаемых – чётна;

б) Сумма нечётного числа всех чётных слагаемых – чётна;

в) Сумма нечётного числа всех нечётных слагаемых – нечётна.

***Тема 5: Основы комбинаторики.***

Комбинаторикой называется область математики, в которой изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций с заданным условием можно составить из заданных объектов. Большинство задач решается с помощью двух основных правил:

*Правило произведения.* Если объект А можно выбрать *n* способами, а объект Б можно выбрать *m* способами, то выбор пары объектов А, Б в указанном порядке можно осуществить *m*·*n* способами.

Пример. В классе 10 мальчиков и 9 девочек. Сколькими способами можно выбрать одного мальчика и одну девочку?

Решение. Одного мальчика можно выбрать 10 способами, а одну девочку – 9. По правилу произведения выбор одного мальчика и одной девочки осуществим 10·9 = 90 способами.

*Правило суммы*. Если объект А можно выбрать *n* способами, а объект Б можно выбрать *m* способами, выбор объекта А не влечёт получение объекта Б, а выбор объекта Б не влечёт получение объекта А, то выбор «либо А, либо Б» можно осуществить *n* + *m* способами.

**Задачи для самостоятельного решения**

**Задача 1.** Разрежьте фигуру на рисунке 1 так, чтобы получились три одинаковых части, каждая из которых содержит клетку с кружком.

****

*Рисунок 1*

**Задача 2.** Марина похвастала Диане, что за несколько минут до начала проливного дождя её кошка начинает мяукать. Однажды днём Диана была в гостях у Марины, и Маринина кошка несколько раз громко мяукнула. Дождь в тот день так и не пошёл. Следует ли из этого, что Марина солгала Диане?

**Задача 3.** У Маргариты 25 монет номиналом в 1, 2, 5 и 10 рублей. Найдутся ли у неё хотя бы 7 монет одинакового номинала?

**Задача 4.** Сумма некоторых 11 натуральных слагаемых нечётна. Сколько из этих слагаемых нечётны?

**Задача 5.** Артур назвал пять разных чисел, три из которых Миша записал у себя в тетради. За сколько попыток Артур гарантированно угадает, какие числа записал Миша, если:

1) за каждую попытку Артур должен угадать, какое число Миша записал первым, какое – вторым, какое – третьим;

2) порядок, в котором диктовал числа Артур, может отличаться от порядка, в котором записывал числа Миша;

3) если Артур ошибается хотя бы в одном числе, то его попытка не засчитывается, никаких подсказок о расположении чисел он при этом не получает.

**Список литературы.**

*а) Основная литература:*

1. Богомолова О.Б. Логические задачи. – М.: «БИНОМ. Лаборатория знаний», 2013. – 277 с.

2. Екимова М.А., Кукин Г.П. Задачи на разрезание. – М.: МЦНМО, 2002. – 120 с.

3. Канель-Белов А.Я., Ковальджи А.К. Как решают нестандартные задачи. – М.: Издательство МЦНМО, 2008. – 96 с.

4. Кноп К.А. Взвешивания и алгоритмы: от головоломок к задачам. – М.: МЦНМО, 2011. – 104 с.

5. Медников Л.Э. Чётность. – М.: МЦНМО, 2009. – 60 с.

*б) Дополнительная литература*:

6. Виленкин Н.Я. Рассказы о множествах. – М.: МЦНМО, 2005. – 150 с.

7. Гарднер М. Математические новеллы. – М.: Мир, 1974. – 456 с.

8. Гарднер М. Математические чудеса и тайны. – М.: Мир, 1978. – 128 с.

9. Гарднер М. Нескучная математика. Калейдоскоп головоломок. – М.: АСТ: Астрель, 2008. – 288 с.

10. Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В. Ленинградские математические кружки: пособие для внеклассной работы. – Киров: Издательство «АСА», 1994. – 272 с.

11. Горбачёв Н.В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: Издательство МЦНМО, 2004. – 559 с.

12. Летчиков А.В. Принцип Дирихле. Задачи с указаниями и решениями. – Ижевск: Издательство Удмуртского университета, 1992. – 108 с.

13. Лоповок Л.М. Математика на досуге: книга для учащихся среднего школьного возраста. – М.: Просвещение, 1981. – 158 с.

14. Мерзон Г.А., Ященко И.В. Длина, площадь, объём. – М.: МЦНМО, 2011. – 48 с.

15. Морозова Е.А., Петраков И.С., Скворцов В.А. Международные математические олимпиады. – М.: Просвещение, 1976. – 288 с.

16. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. – М.: Издательство Наука, 1975. – 465 с.

17. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии: учебное пособие. – М.: МЦНМО, 2006. – 640 с.

18. Сергеев И.Н. Зарубежные математические олимпиады. – М.: Наука, 1987. – 416 с.

19. Штейнгауз Г. Сто задач. – М.: Издательство «Наука», 1976. – 168 с.

20. Штейнгауз Г. Математический калейдоскоп. – М.: Издательство «Наука», 1981. – 160 с.