ММ ФМКН КубГУ, 20.05.19

**Игры**

Под понятием *математической игры* мы понимаем игру двух соперников, обладающую следующим свойством. В каждый момент игры состояние характеризуется *позицией*, которая может изменяться только в зависимости от ходов игроков. Для каждого из игроков некоторые позиции объявляются выигрышными. Добиться выигрышной для себя позиции и есть цель каждого. Иногда игры допускают ничью. Это означает, что ни один из игроков не может добиться выигрышной для него позиции, или некоторые позиции объявлены ничейными.

Например, шахматы, шашки, крестики-нолики являются математическими играми. А игры в кости, домино, большинство карточных игр математическими играми не являются, так как состояние игры зависит не только от ходов соперника, но и от расклада или результата бросания кости.

В математических играх существуют понятия *выигрышной стратегии*, т. е. набора правил (можно сказать, инструкции или алгоритма), следуя которым, один из игроков обязательно выиграет (не зависимо от того, как играет его соперник), и *ничейной стратегии*, следуя которой один из игроков обязательно добьётся либо выигрыша, либо ничьей.

В любой математической игре существует либо выигрышная стратегия для одного из игроков, либо ничейные стратегии для обоих (если игра допускает ничью). В зависимости от этого игра называется выигрышной для первого или второго игрока, или ничейной.

Например крестики-нолики (на доске 3 × 3) являются ничейной игрой. К какому из перечисленных случаев относятся шахматы и шашки неизвестно. Хотя стратегия (либо выигрышная, либо ничейная) в этих играх существует, она не найдена, поэтому соревнования по этим играм пока представляют интерес.

*Соответствие.* Наличие удачного ответного хода (может обеспечиваться симметрией, разбиением на пары, дополнением числа).

*Решение с конца.* Последовательно определяются позиции, выигрышные и проигрышные для начинающего. Очередная позиция являются выигрышной, если из неё можно получить ранее определённую проигрышную позицию, и является проигрышной, если любой ход из неё ведёт к попаданию в ранее определённую выигрышную позицию.

*Передача хода.* Если мы можем воспользоваться стратегией противника, то наши дела не хуже чем у него. Например, выигрыш (или ничья) обеспечивается, когда можно по своему желанию попасть в некоторую позицию либо заставить противника попасть в неё.

1. Двое игроков кладут одинаковые круглые монеты на прямоугольный стол; монеты могут свешиваться за край (но не должны падать) и не могут перекрываться. Кто не может положить монету, проигрывает. (Сдвигать ранее положенные монеты нельзя.)

2. На квадратную доску 8 × 8 двое по очереди ставят коней на поля, не находящиеся под боем ранее поставленных (все равно кем) коней. Кто выигрывает при правильной игре - первый или второй?

3. В строчку написано несколько минусов. Два игрока по очереди переправляют один или два соседних минуса на плюс; выигрывает переправивший последний минус. Кто выигрывает при правильной игре: начинающий или его партнёр?

4. Король стоит на поле A1. За один ход разрешается сдвинуть его на одну клетку вверх, одну клетку вправо или одну клетку по диагонали вправо-вверх. Выигрывает тот, кто поставит короля на поле H8.

5. В коридоре стоят семь кресел. Два человека сидят соответственно в седьмом и шестом креслах. Ход состоит в том, что человек должен пересесть в другое кресло, чтобы между ним и партнером находилось не более двух кресел. Выигрывает тот, кто окажется на первом кресле. Первым ходит тот, кто сидит на седьмом кресле. Кто выигрывает при правильной игре и как он должен играть?

7. У ромашки а) 12 лепестков; б) 11 лепестков. За ход разрешается оторвать либо один лепесток, либо два рядом растущих лепестка. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

8. Двое игроков ставят крестики и нолики на бесконечной клетчатой бумаге, причём на каждый крестик первого игрока второй отвечает 100 ноликами. Докажите, что первый может добиться, чтобы некоторые четыре крестика образовали а) прямоугольник (со сторонами, параллельными линиям клеток); б) квадрат (со сторонами, параллельными линиям клеток).