**Муниципальный этап региональной олимпиады школьников по математике.**

**Краснодарский край. 19 ноября 2015г.**

**5 класс**

**1.** Имеется 5 точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Через каждые две точки проведена прямая линия. Сколько проведено прямых линий?

**2.** В турнире по шахматам участвовали три пятиклассницы и две шестиклассницы. В каждой партии играли: пятиклассница и шестиклассница. Известно, что Анна выиграла у Марии, Софья выиграла у Ирины, а Анна у Ольги, и, наконец, Ольга выиграла у Софьи. Ничьих не было. Выясните, как зовут шестиклассниц. Обоснуйте свой ответ.

**3.** Набор чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 разбейте на четыре группы (в группе может быть одно или несколько чисел) так, чтобы в каждой следующей группе сумма всех её чисел была в два раза больше, чем в предыдущей группе.

**4.** Расставьте в клетки таблицы 6×6 крестики и нолики (по одному символу в каждую клетку) так, чтобы всего в таблице крестиков и ноликов оказалось поровну, но при этом в любом квадрате 2×2 крестиков и ноликов было бы не поровну.

**5.** Старинные часы (со стрелками) за всю неделю по сравнению с точными часами «спешат» на 1час 52 минуты в неделю (при этом всю неделю скорость хода часов постоянна). В полночь с воскресенья на понедельник старинные часы поставили правильно. Какое время они будут показывать в 6 часов вечера в ближайший четверг? Обоснуйте свой ответ.

**6.** Саша после прогулки в лесу с друзьями стал считать собранные грибы. Оказалось, что «не подосиновиков» собрано вдвое больше, чем «не сыроежек». Сыроежек вдвое больше, чем подосиновиков и груздей вместе взятых. Единственный белый гриб нашёл Саша. Каких грибов было собрано больше — груздей или маслят? Обоснуйте свой ответ.

**Муниципальный этап региональной олимпиады школьников по математике. Краснодарский край. 19 ноября 2015г.**

**6 класс**

**1.** Бараш выписал все целые числа от 100 до 10000 включительно. Сколько четных чисел пришлось выписать Барашу?

**2.** У Кости есть четыре палочки длиной по 1 см каждая, четыре палочки длиной по 2 см, семь палочек длиной по 3 см и пять палочек длиной по 4 см. Костя захотел из всех этих палочек выложить контур прямоугольника. Сможет ли он это сделать? Если да, то нарисуйте как, если нет – объясните, почему.

**3.** В детский сад завезли карточки для обучения чтению: на некоторых написано «МА», на остальных – «НЯ». Каждый ребенок взял три карточки и стал составлять слова. Оказалось, что слово «МАМА» могут сложить из своих карточек 20 детей, слово «НЯНЯ» – 30 детей, а слово «МАНЯ» – 40 детей. У скольких ребят все три карточки одинаковые? Обоснуйте свой ответ.

**4.** В велопробеге Краснодар-Новороссийск приняли участие три велосипедиста. Сначала стартовал велосипедист **A**, затем — **Б**, и последний — **В**. После финиша выяснилось, что во время велопробега, **А**обгонял других 5 раз (в сумме), **Б** обгонял других 8 раз (в сумме), **В** обгонял других 15 раз (в сумме), причем все трое ни разу не оказывались в одной точке одновременно. В каком порядке финишировали велосипедисты, если известно, что они пришли к финишу в разное время? Обоснуйте свой ответ.

**5.** Сто котов-рыбаков ловили рыбу. Никто из них не остался без улова, но никто не поймал больше 7 рыб. При этом, не более 6 рыб поймало ровно 98 рыбаков, не более 5 рыб поймало ровно 95 рыбаков, не более 4 рыб поймало ровно 87 рыбаков, не более 3 рыб поймало ровно 80 рыбаков, не более 2 рыб поймало ровно 65 рыбаков и не более одной – 30. Сколько всего рыб поймали рыбаки? Обоснуйте свой ответ.

**6.** По некоторым разведданным стало известно, что три профессора: Петров, Виноградов и Третьяков преподают различные предметы: химию, биологию и математику (каждый по одному своему предмету) в университетах: Москвы, Ярославля и Краснодара (каждый в своем городе, там где и проживает). Разведчики также доложили: 1) Петров никогда не был в Краснодаре, а Виноградов в Ярославле. 2) Краснодарец старше профессора математики. 3) Виноградов играет в шахматы лучше, чем биолог. 4) Профессор из Ярославля преподает химию. Какой предмет и в каком городе преподает Третьяков? Обоснуйте свой ответ.

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике. Краснодарский край. 19 ноября 2015г.**

**7 класс**

*Напомним, что в каждой задаче нужно не только записать ответ, но и объяснить, почему ответ в задаче именно такой. В частности, если в задаче требуется найти некоторую величину, то нужно найти все возможные её значения и доказать, что других значений она принимать не может.*

**1.** На бумажной полоске написано число 123456. Полоску разрезают на три части; каждый разрез проходит между цифрами. Сколькими способами это можно сделать?

**2.** Очень неточные и не предсказуемые весы показывают вес, который может отличаться от настоящего, но не больше, чем на 500г (при различных взвешиваниях отклонения показаний весов от истинного веса могут быть разными!). Петя взвесил на них свой рюкзак. Весы показали 5 кг. А когда Миша взвесил этот же рюкзак уже вместе с килограммовой гирей — весы показали 7 кг. Сколько весит рюкзак на самом деле?

**3.** По дороге идут Коля и Саша. Саша делает шаги на 20% короче и в то же время на 20% чаще, чем Коля. Кто из мальчиков идет быстрее?

**4.** Натуральные числа *a* и *b* таковы, что 56*a* = 65*b*. Докажите, что *a* + *b* является составным числом.

**5.** На плоскости нарисовано шесть отрезков, причем никакие два из них не лежат на одной прямой. Максим отметил все точки пересечения этих отрезков красным цветом (и только их). Оказалось, что каждая такая точка принадлежит ровно двум отрезкам. На первом отрезке Максим отметил 3 красные точки, на втором – 4, на трех других – по 5 на каждом. Сколько красных точек Максим отметил на шестом отрезке?

**6.** Хозяйка испекла для гостей пирог в форме круга (вид сверху). К ней может прийти либо 10, либо 11 человек. На какое наименьшее число кусков (необязательно одинаковых) ей нужно заранее разрезать пирог так, чтобы его можно было поделить поровну как между 10, так и между 11 гостями?

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике. Краснодарский край. 19 ноября 2015г.**

**8 класс**

*Напомним, что в каждой задаче нужно не только записать ответ, но и объяснить, почему ответ в задаче именно такой. В частности, если в задаче требуется найти некоторую величину, то нужно найти все возможные её значения и доказать, что других значений она принимать не может.*

**1.** В равнобедренном треугольнике один из углов равен 30°. Найдите остальные его углы.

**2.** По некоторым разведданным стало известно, что из пункта A в пункт B проехал автомобиль. Также разведчики доложили, что за каждый промежуток времени длиною в один час автомобиль проезжал ровно 60 км. Вся поездка из пункта А в пункт B заняла 3,5 ч. Следует ли из всего этого, что средняя скорость автомобиля за всё время его пути была равна 60 км/ч?

**3.** На чудо-яблоне выросло 2015 ананасов и 2016 бананов (других плодов нет). Каждый час садовник срывает ровно два плода, и после этого на дереве тут же вырастает один плод. При этом, если он срывает два одинаковых плода, то вырастает ананас, а если два разных – банан. Может ли последний плод, который останется на этом дереве, оказаться бананом?

**4.** Известный политик каждый день лжет. При этом, в каждый будний день (с понедельника по пятницу) он лжет ровно девять раз, в каждую субботу — ровно три раза, а в каждое воскресение лжет ровно 2 раза. В полночь новогодней ночи его заместитель с интересом осознал, что за год этот политик солгал ровно 2603 раза. Рассвет какого дня недели сменит эту новогоднюю ночь?

**5.** В трапеции ABCD c меньшим основанием BC диагональ АС перпендикулярна к боковой стороне CD. . Найдите AB, если периметр трапеции равен 2015, а .

**6.** В парламенте 2015 депутатов, некоторые из которых — лжецы, а остальные — рыцари. Если лжец обманул рыцаря, то между ними на вечно устанавливается вражда. (депутаты одного типа никогда не враждуют). В один момент оказалось, что любые два рыцаря имеют различное число врагов в парламенте. Какое наибольшее количество рыцарей могло быть в таком парламенте?

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике. Краснодарский край. 19 ноября 2015г.**

**9 класс**

*Напомним, что в каждой задаче нужно не только записать ответ, но и объяснить, почему ответ в задаче именно такой. В частности, если в задаче требуется найти некоторую величину, то нужно найти все возможные её значения и доказать, что других значений она принимать не может.*

**1.** Чертежнику поступило задание начертить четырёхугольник, в котором две стороны параллельны, а три — равны по 5 см. Можно ли утверждать, что периметр этого четырёхугольника обязательно будет равен 20 см?

**2.** В числе 123456789 можно взять любые две цифры и заменить каждую из них на целую часть их среднего арифметического. Эту операцию можно повторить с новым числом. Можно ли такими операциями получить число, большее 800000000?

**3.** Найдите все значения параметра *a,* при каждом из которых, уравнение

имеет единственное решение.

**4**. У Нептуна служат осьминоги. У каждого осьминога либо шесть, либо семь, либо восемь ног. Те, у кого 7 ног, всегда лгут, а у кого 6 либо 8 ног, всегда говорят правду. Встретились четыре осьминога. Синий сказал: «Вместе у нас 28 ног», зеленый: «Вместе у нас 27 ног», желтый: «Вместе у нас 26 ног», красный: «Вместе у нас 25 ног». Сколько ног у каждого из этих осьминогов?

**5.** Докажите, что площадь прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равна произведению ее оснований.

**6.** Обозначим через сумму цифр натурального числа *x*. Решите уравнение в натуральных числах:

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике. Краснодарский край. 19 ноября 2015г.**

**10 класс**

*Напомним, что в каждой задаче нужно не только записать ответ, но и объяснить, почему ответ в задаче именно такой. В частности, если в задаче требуется найти некоторую величину, то нужно найти все возможные её значения и доказать, что других значений она принимать не может.*

**1.** Петя из всех цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 выбрал те цифры, которые являются простыми числами. Затем он составил всевозможные числа, в каждом из которых присутствовали все выбранные им цифры (и только они), причем каждая из них — ровно по одному разу. После этого, Вася из всех составленных Петей чисел, выбрал все такие, которые кратны 9. Сколько чисел выбрал Вася?

**2.** Множество всех натуральных чисел разбили на *n* арифметических прогрессий (каждое натуральное число принадлежит ровно одной из этих *n* прогрессий и каждая прогрессия - бесконечна). Пусть *d*1, *d*2, ... , *dn* - разности этих прогрессий. Докажите, что 1/*d*1+1/*d*2+...+1/*dn*=1.

**3.** Каждая из сторон выпуклого четырехугольника пересекает некоторую окружность в двух точках, причем окружность высекает на сторонах четырехугольника равные хорды. Докажите, что в этот четырехугольник можно вписать окружность.

**4.** Докажите, что для любых неотрицательных чисел *x* и *y* выполняется неравенство .

**5.** Найдите все значения параметра , при каждом из которых уравнение

имеет два корня, один из которых удовлетворяет условию   
, а второй — нет.

**6.** В Лондоне произошло крупное ограбление банка. Для поимки вора Скотленд-Ярд позвал Шерлока Холмса. Шерлок не знает, где находится вор, но он знает, как вор движется. Лондон делится на 2015 районов, пронумерованных от 1 до 2015. Вор движется следующим образом: Каждый час вор покидает район *X*, в котором он на данный момент прячется, и переходит в один из районов *X* − 1 или *X* + 1 при условии, что этот район существует в Лондоне. Шерлок может каждый час выбирать любойрайон в Лондоне и полностью обыскивать его, (если вор расположен в нем, то он будет пойман). Может ли Шерлок Холмс поймать вора за 5000 часов?

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике. Краснодарский край. 19 ноября 2015г.**

**11 класс**

*Напомним, что в каждой задаче нужно не только записать ответ, но и объяснить, почему ответ в задаче именно такой. В частности, если в задаче требуется найти некоторую величину, то нужно найти все возможные её значения и доказать, что других значений она принимать не может.*

**1.** Назовём натуральное число «хорошим», если его десятичная запись состоит из всех возможных четных цифр, причем каждая цифра встречается ровно один раз. Сколько всего существует «хороших» натуральных чисел?

**2.** Гарри Поттер построил куб ABCDA1B1C1D1 и отметил две диагонали каких-то двух различных граней, по одной на каждой из них. Какие значения может принимать градусная мера угла между прямыми, содержащими отмеченные диагонали?

**3.** Шестизначное натуральное число делится на 7 нацело. Докажите, что если последнюю его цифру переставить в начало (поставить перед первой), то полученное число тоже будет делиться на 7 нацело.

**4.** Решите уравнение

то есть найдите всевозможные значения пар (*x*; *y*), при подстановке которых, данное уравнение обращается в верное равенство.

**5.** В треугольнике *ABC* углы *A* и *С* равны по 40 градусов. Биссектриса угла *А* пересекает сторону *BC* в точке *D*. Докажите, что *AC* = *AD* + *BD*.

**6.** В каждой клетке таблицы 5×5 стоят знаки «+» или «−» (в одной клетке – один знак). Разрешается положить крест, состоящий из пяти клеток, центральной клеткой на любую клетку таблицы. При этом, все знаки в клетках таблицы, закрытые крестом — меняются на противоположные. Можно ли с помощью таких операций поменять знаки во всех клетках таблицы на противоположные?